

الحلول الكاملة لكتيب أول وثاني متوسط 2020

7-8 Benjamin 2020

إخراج اللجنة العلمية

أ هادي غروي أ سلمان البدراني
د عبد العزيز بن عبيد أ وليد الجابري

إشراف

أ صفوت الطناني

3 points

مسائل الثلاثة نقاط

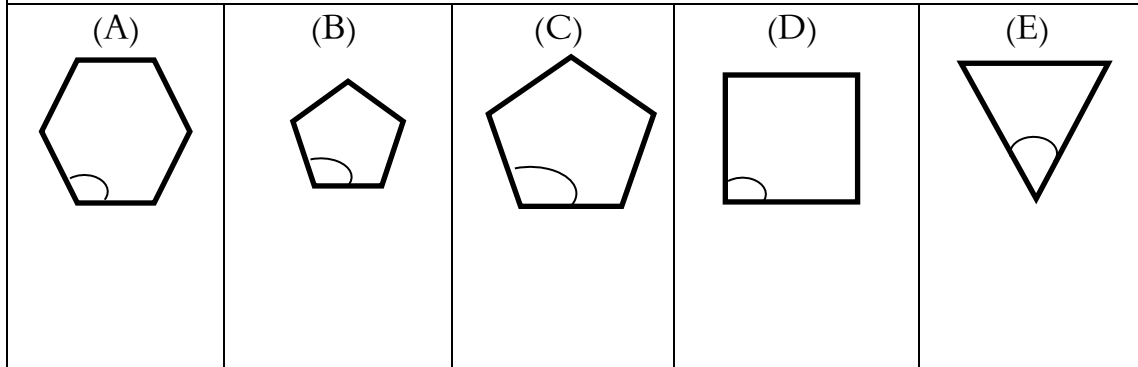
1. كم عددًا أوليًا من بين الأعداد التالية: 2, 20, 202, 2020؟				
1. How many of the following four numbers are prime: 2, 20, 202, 2020?				
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	1	2	3	4

الحل: B

العدد الأولي الوحيد من بين الأعداد هو 2 لأن له قاسمان فقط نفسه والواحد.
لاحظ باقي الأعداد كلها ليست أولية، والسبب أن كل منها يقبل القسمة على 2، وبالتالي كل منها له أكثر من قاسمين، العدد نفسه والواحد و 2.

2. المضلعات التالية كلها منتظمة. أي منهم يحوي الزاوية الأكبر؟

2. In which of the regular polygons below is the marked angle the largest?



الحل: A

الحقيقية التالية تحل السؤال: كلما يزيد عدد أضلاع المضلع المنتظم كلما تكبر زاويته الداخلية.
وللعلم قياس زاوية المثلث المتطابق الأضلاع 60° ، قياس زاوية المربع 90° ، قياس زاوية الخماسي المنتظم 108° ، وقياس زاوية السداسي المنتظم 120° .

3. يحل محمد ست مسائل أولمبياد في اليوم الواحد بينما يحل خالد أربع مسائل أولمبياد في اليوم الواحد كذلك. كم يومًا يحتاج خالد ليحل نفس عدد المسائل التي يحلها محمد في أربعة أيام؟

3. Mohammed solves six Olympiad problems every day and Khalid solves four Olympiad problems every day. How many days does it take Khalid to solve the same number of problems as Mohammed solves in four days?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	5	6	7	8

الحل: C

يحل محمد 6 مسائل في اليوم، بالتالي في 4 أيام يحل مسائل عددها $4 \times 6 = 24$ مسألة.

بينما يحل خالد في اليوم 4 مسائل.

بالتالي عدد الأيام التي يحل فيها خالد 24 مسألة هو $24 \div 4 = 6$ أيام.

4. أي الكسور التالية له القيمة الأكبر؟

4. Which of these fractions has the largest value?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{8+5}{3}$	$\frac{8}{3+5}$	$\frac{3+5}{8}$	$\frac{8+3}{5}$	$\frac{3}{5+8}$

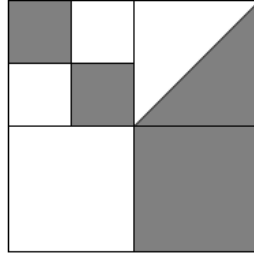
الحل: A

لو وجدنا كسر له أصغر مقام وأكبر بسط سيكون حتمًا هو الكسر الأكبر.

الكسر $\frac{8+5}{3}$ له أصغر مقام وأكبر بسط، وبالتالي هو الكسر الأكبر.

5. في الشكل التالي: تم تقسيم المربع الكبير إلى 4 مربعات أصغر، ومن ثم تم تقسيم المربع الأيسر الصغير إلى 4 مربعات أصغر كذلك. ما نسبة مساحة المنطقة المظللة إلى مساحة المربع الكبير؟

5. A large square is divided into 4 smaller squares, then small left square is divided into 4 smaller squares as well. What fraction of the large square is shaded?



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

الحل: E

لأن كل جزء مظلّل يقابله جزء مماثل غير مظلّل. إذن مساحة الجزء المظلّل تساوي نصف مساحة المربع الأكبر.

6. تقام بطولة لكرة القدم بين أربعة فرق. يلعب كل فريق مع أي فريق آخر مرة واحدة بالضبط. في كل مباراة يحصل الفريق الفائز على ثلاث نقاط والفريق الخاسر لا يحصل على أي نقطة. في حال التعادل يحصل كل فريق على نقطة واحدة. أي مما يلي لا يمكن أن يكون مجموع نقاط أحد الفرق بعد انتهاء البطولة؟

6. There are 4 teams in a soccer tournament. Each team plays every other team exactly once. In each match, the winner scores 3 points and the loser scores 0 points. In the case of a draw, both teams score 1 point. After all matches have been played, which of the following total number of points is it impossible for any team to have scored?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	5	6	7	8

الحل: E

دعنا نختبر إمكانية أعداد النقاط في الخيارات، ونستبعد الغير ممكن.

• 4 نقاط من الممكن أن تكون نقاط فريق لو فاز في مباراة وتعادل في مباراة وخسر مباراة. الخيار A ممكن.

• 5 نقاط من الممكن أن تكون نقاط فريق لو فاز في مباراة وتعادل في مباراتين. الخيار B ممكن.

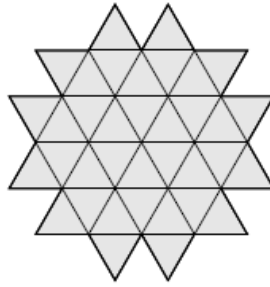
• 6 نقاط من الممكن أن تكون نقاط فريق لو فاز في مباراتين وخسر مباراة. الخيار C ممكن.

• 7 نقاط من الممكن أن تكون نقاط فريق لو فاز في مباراتين وتعادل في مباراة. الخيار D ممكن.

إذن الخيار الغير ممكن هو E.

7. الشكل أدناه مكون من 36 بلاطة كل منها على شكل مثلث متطابق الأضلاع. ما أقل عدد من مثل هذه البلاطات يجب إضافته للشكل ليصبح سداسياً منتظماً؟

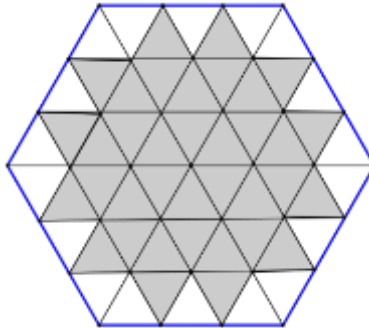
7. The diagram shows a shape made up of 36 tiles, each tile is an equilateral triangle. What is the smallest number of such tiles that could be added to the shape to turn it into a regular hexagon?



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	12	15	18	24

الحل: D

يتضح من الشكل التالي أننا إذا أضفنا 18 مثلثاً صغيراً يصبح الشكل سداسي منتظم.



8. ترغب فاطمة في ضرب ثلاثة أعداد مختلفة من المجموعة $\{-5, -3, -1, 2, 4, 6\}$.
ما أقل حاصل ضرب يمكنها الحصول عليه؟

8. Fatima wants to multiply three different numbers from the following set $\{-5, -3, -1, 2, 4, 6\}$. What is the smallest result she could obtain?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
-200	-120	-90	-48	-15

الحل: B

لو أخذنا القيمة المطلقة لكل عدد من الأعداد ستتحول الأعداد إلى 6, 4, 2, 1, 3, 5.

أكبر ثلاثة أعداد منها هي 6, 4, 5، وناتج ضربها يساوي 120.

وبالتالي أصغر ناتج ضرب للأعداد المعطاة هو -120، يمكن الحصول عليه بالفعل كالتالي:

$$6 \times 4 \times -5 = -120$$

9. يستغرق يحيى 3 ساعات للذهاب للمدرسة بالباص والعودة ماشياً، وساعة واحدة إذا ذهب وعاد بالباص. كم ساعة يستغرقها في الذهاب والعودة ماشياً؟

9. If John goes to school by bus and walks back, he travels for 3 hours. If he goes by bus both ways, he travels for 1 hour. How many hours does it take if he walks in both ways?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
3.5	4	4.5	5	5.5

الحل: D

يستغرق يحيى ساعة واحدة إذا ذهب وعاد بالباص.

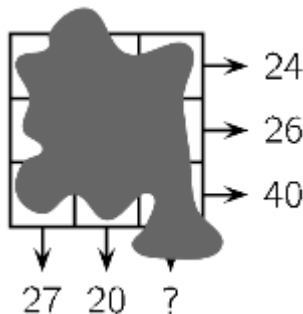
هذا يعني أنه يستغرق نصف ساعة للذهاب للمدرسة بالباص.

ولأنه يستغرق 3 ساعات للذهاب للمدرسة بالباص والعودة ماشياً،

إذن زمن العودة للمدرسة ماشياً هو $3 - 0.5 = 2.5$ ساعة.

إذن عدد الساعات التي يستغرقها في الذهاب للمدرسة والعودة ماشياً هو $2.5 + 2.5 = 5$ ساعات.

10. تم وضع عدد في كل خلية (مربع صغير) في جدول 3×3 . وللأسف انسكب الحبر وغطى جميع الأعداد داخل الجدول. ولكن لحسن الحظ مجموع الأعداد في كل صف ومجموع الأعداد في عمودين بقيت ظاهرة (كما في الشكل أدناه). ما هو مجموع الأعداد في العمود الثالث؟



10. A number is written in each cell of a 3×3 square. Unfortunately, the numbers are not visible because they are covered in ink. However, the sum of the numbers in each row and the sum of the numbers in two of the columns are all known, as shown by the arrows on the diagram. What is sum of the numbers in the third column?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
41	43	44	45	47

الحل: B

النقطة الهامة أن مجموع أعداد الصفوف لابد أن يساوي مجموع أعداد الأعمدة.

$$\text{مجموع أعداد الصفوف يساوي } 24 + 26 + 40 = 90$$

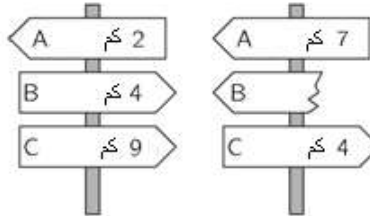
إذن مجموع أعداد الأعمدة يساوي 90.

$$\text{إذن مجموع أعداد العمود الثالث } 90 - (27 + 20) = 43$$

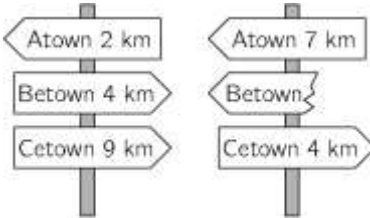
4 points

مسائل الأربع نقاط

11. أقصر طريق بين البلدة A والبلدة C يمر عبر البلدة B. العلامات الموضحة أدناه موجودة على الطريق في أماكن مختلفة. ما المسافة المكتوبة على العلامة المكسورة؟



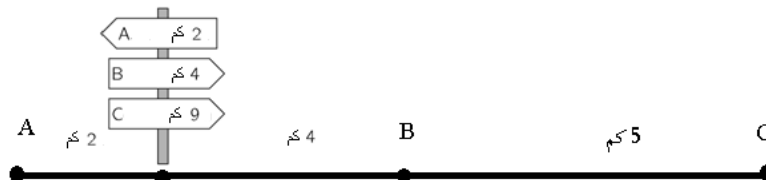
11. The shortest path from A town to C town runs through B town. The two signposts shown are set up along this path. What distance was written on the broken sign?



(A)	1 km	1 كم	(A)
(B)	3 km	3 كم	(B)
(C)	4 km	4 كم	(C)
(D)	5 km	5 كم	(D)
(E)	9 km	9 كم	(E)

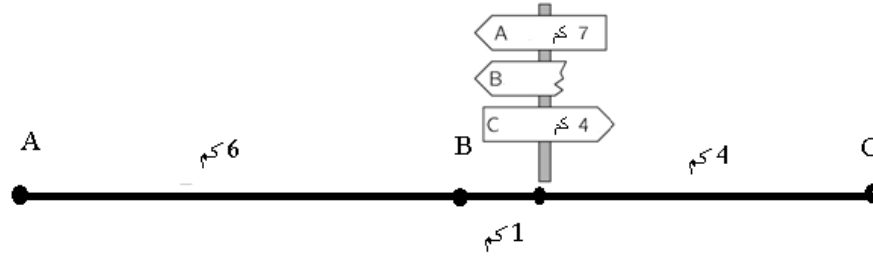
الحل: A

من اللافتة اليسرى نلاحظ أن موقعها يجب أن يكون بين البلدين A و B يمكن التعبير عنه بالرسم التالي:



كما نستنتج منه أن المسافة بين البلدة A والبلدة C هي 11 كم، والمسافة بين البلدة C والبلدة B هي 5 كم. ولأن اللافتة اليمنى على يسار البلدة C بمسافة 4 كم، إذن المسافة بينها وبين البلدة B هي 1 كم.

انظر الشكل التالي:



12. تريد مريم أن تمشي بمعدل 5 كم في اليوم لمدة 31 يومًا. مع نهاية اليوم السادس عشر أدركت مريم أنها قد مشت فعلياً 95 كم فقط. ما معدل المسافة اليومي الذي يجب أن تمشيه في بقية الأيام لتحقيق هدفها؟

12. Maryam wants to walk 5 km on average each day in March. At bedtime on 16th March, she realized that she had walked 95 km so far. What distance does she need to walk on average for the remaining days of the month to achieve her target?

(A)	5.4 km	5.4 كم	(A)
(B)	5 km	5 كم	(B)
(C)	4 km	4 كم	(C)
(D)	3.6 km	3.6 كم	(D)
(E)	3.1 km	3.1 كم	(E)

الحل: C

تريد مريم أن تمشي بمعدل 5 كم في اليوم لمدة 31 يومًا.

مما يعني أن عليها أن تمشي $5 \times 31 = 155$ كم في 31 يوم.

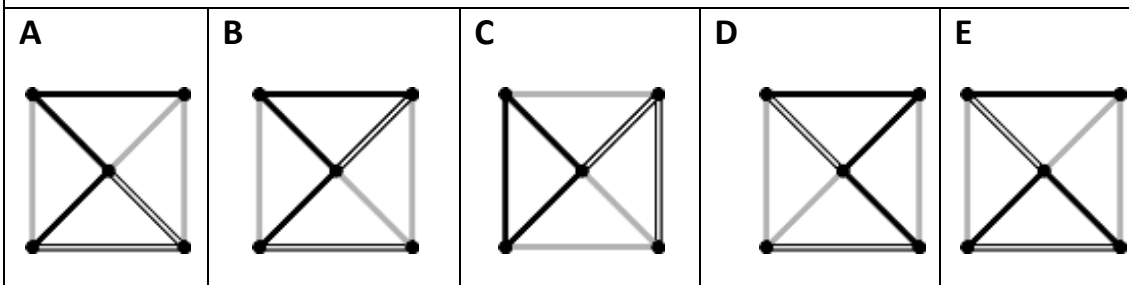
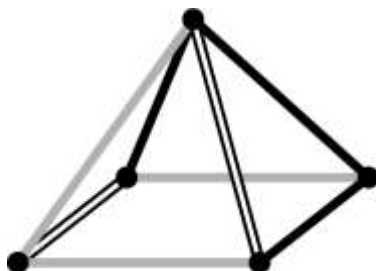
مشت منها 95 في 16 يومًا.

يتبقى لها $155 - 95 = 60$ كم عليها أن تمشيهم في الخمسة عشر يوم الباقية.

إذن معدل مشيها في الأيام المتبقية هو $60 \div 15 = 4$ كم في اليوم الواحد.

13. كيف سيبدو لك الشكل التالي إذا نظرت له من أعلى؟

13. Which of the following shows what you would see when the object in the diagram is viewed from above?



الحل: B

عند النظر للهرم من أعلى ستبدو الأحرف الجانبية للهرم كأجزاء من الأقطار كما سيبدو رأس الهرم كنقطة تقاطع القطرين كما يبدو في الخيارات.

بالنظر للحرف المفرغ في قاعدة الهرم نجد أنه مع حرفين جانبيين رمادي وأسود يكونون مثلثاً. عند النظر من أعلى سيبدو الحرف المفرغ في المربع الخارجي يكون مثلثاً رأسه نقطة تقاطع القطرين وضلعاه الآخرين رمادي وأسود. ومن ثم نستبعد الخيارات A و C و E.

تبقى الخياران B و D، وبملاحظة أن المربع الخارجي في كل منهما نفسه، تصبح المشكلة الآن هي الترتيب الدائري لأجزاء الأقطار فيهما والتي تمثل الأحرف الجانبية للهرم الأصلي.

لو درنا حول الهرم في اتجاه دوران عقارب الساعة ابتداءً من الحرف المفرغ سنجد ترتيب الأحرف الجانبية كالتالي: (مفرغ، رمادي، أسود، أسود)، الخيار الذي يحقق هذا الترتيب هو B.

14. في أحد الفصول كل طالب من الطلاب إما يجيد السباحة أو يجيد ركوب الخيل أو كلاهما معاً. ثلاثة أخماس الطلاب يجيدون السباحة وثلاثة أخماس الطلاب يجيدون ركوب الخيل. خمسة طلاب يجيدون السباحة وركوب الخيل معاً. كم عدد طلاب الفصل؟

14. Every pupil in a class either swims or rides a horse. Three fifths of the class swim and three fifths ride horses. Five pupils both swim and ride horses. How many pupils are in the class?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
15	20	25	30	35

الحل: C

لو جمعنا نسبي الطلاب الذين يجيدون السباحة والذين يجيدون ركوب الخيل لحصلنا على:

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

يبدو هذا غريباً لأن المفترض أن يساوي المجموع 1. هناك نسبة زائدة $\frac{1}{5}$ الطلاب!

ولكن مهلاً هناك عدد من الطلاب يجيدون السباحة ويجيدون ركوب الخيل في الوقت نفسه، هؤلاء تم

حسابهم مرتين في النسبة الأولى والثانية، وهم ما يجب أن يمثلوا $\frac{1}{5}$ الطلاب. ولكن عددهم 5 طلاب.

وبالتالي العدد الإجمالي لطلاب الفصل هو $5 \times 5 = 25$ طالباً.

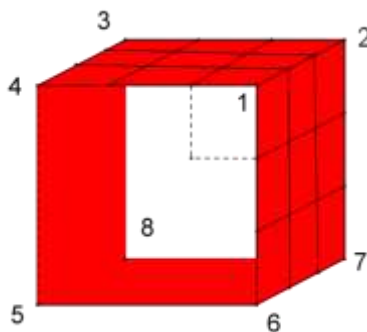
16. اشترى أنس 27 مكعباً صغيراً. جميع المكعبات الصغيرة بها وجهان متجاوران لونهما أحمر. استخدم أنس جميع المكعبات لبناء مكعب كبير. ما أكبر عدد ممكن من الأوجه الملونة بالكامل باللون الأحمر في المكعب الكبير؟

16. Anas buys 27 identical small cubes, each with two adjacent faces painted red. He then uses all of these cubes to build a large cube. What is the largest number of completely red faces of the large cube he can make?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	3	4	5	6

الحل: C

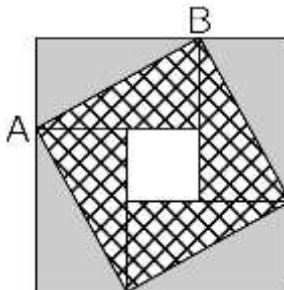
في الشكل الموضح لو نظرنا للرأس 1 سنجد أنها رأس للمكعب الكبير ورأس في نفس الوقت في مكعب صغير، كما يشترك في هذه الرأس ثلاثة أوجه متجاورة في المربع الكبير والمكعب الصغير أيضاً. ولأن المكعب الصغير به وجهان أحمران متجاوران على الأكثر عند تلك الرأس، فإن المكعب الكبير سيكون به وجهان متجاوران على الأكثر عند تلك الرأس.



وهكذا نستخلص أنه عند كل رأس من رؤوس المكعب الكبير يوجد وجهان متجاوران على الأكثر أحمران. لنجعل الوجهين الأحمرين عند الرأس 1 هما الوجه الأيمن والوجه العلوي كما بالشكل الموضح،

وبالتالي الوجه الأمامي لا يمكن يكون أحمر. بنفس الطريقة عند الرأس 2 نجد الوجه الخلفي لا يمكن أن يكون أحمر. بالنسبة للرأس 4 مشتركة بين ثلاث أوجه العلوي أحمر والأمامي ليس أحمر، فيمكننا أن نجعل الوجه الأيسر أحمر. وبالمثل عند الرأس 5 نجد أنه يمكننا أن نجعل الوجه السفلي أحمر. وبهذه الطريقة نجعل عند كل رأس أكبر عدد من الأوجه الكاملة الملونة بالأحمر وهو وجهان. إذن أكبر عدد من أوجه المربع الكبير يمكن أن تكون ملونة بالكامل بالأحمر هو 4.

17. مربع كبير مكون من أربعة مستطيلات متطابقة و مربع صغير . مساحة المربع الكبير 49 سم²، وطول القطر AB في أحد المستطيلات 5 سم. ما مساحة المربع الصغير؟



17. A large square consists of four identical rectangles and a small square. The area of the large square is 49 cm² and the length of the diagonal AB of one of the rectangles is 5cm. What is the area of the small square?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1 cm ²	4 cm ²	9 cm ²	16 cm ²	25 cm ²

الحل: A

يمكننا ملاحظة أن الرباعي الداخلي الذي رؤوسه على أضلاع المربع الكبير و AB ضلع فيه سيكون مربعاً وعلاوة على ذلك مساحته ستكون $5^2 = 25$ سم². (أحد الطرق لإثبات أن الشكل مربع كالتالي: بأخذ دوران عند نقطة B للمستطيل الأيمن العلوي بزاوية 90° باتجاه دوران عقارب الساعة سينطبق على المستطيل الأيسر العلوي، كما سينطبق قطره على AB، وبالتالي ضلعي الرباعي الداخلي متعامدان ومتساويان، بالمثل نثبت باقي الأضلاع).

الآن مجموع مساحات المثلثات الرمادية الأربعة يساوي :

$$49 - 25 = 24 \text{ cm}^2$$

ولأن المثلث الرمادي يطابق المثلث المخطط وبالتالي لهما نفس المساحة.
وبالتالي مجموع مساحات المثلثات المخططة الأربعة يساوي 24 سم².

ولأن مساحة المربع الصغير تساوي مساحة المربع الذي ضلعه AB مطروحاً منها مجموع مساحات المثلثات المخططة. إذن مساحة المربع الصغير تساوي:

$$25 - 24 = 1 \text{ cm}^2$$

18. راتب وليد يمثل 20% من راتب مديره. بأي نسبة مئوية يجب أن يزيد راتب وليد ليصبح مساوياً لراتب مديره؟

18. Waleed's salary is 20% of his boss's salary. By what percentage should Waleed's salary increase to become equal to his boss's salary?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
80%	120%	180%	400%	520%

الحل: D

$$\text{نعلم أن } 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

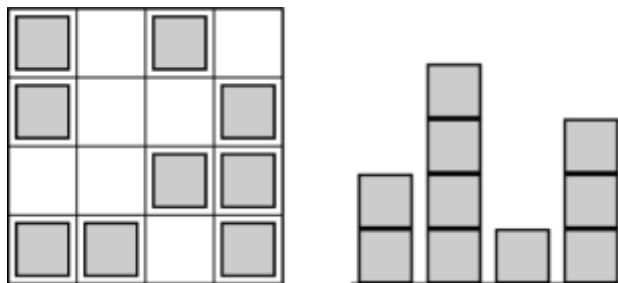
بالتالي راتب وليد يساوي $\frac{1}{5}$ راتب مديره.

إذن راتب المدير 5 أمثال راتب وليد.

إذن يحتاج وليد أن يزيد راتبه أربعة أمثاله ليساوي راتب المدير.

أي يحتاج وليد أن يزيد راتبه بنسبة 400% ليصبح مساوياً لراتب مديره.

19. صنعت أمينة مدينة باستخدام مكعبات خشبية متطابقة. الشكل أدناه يوضح المنظر من أعلى المدينة وأحد المناظر الجانبية (لكن لا نعلم من أي جانب من المدينة تم أخذ المنظر). ما أكبر عدد من المكعبات الخشبية استخدمتها أمينة لبناء المدينة؟



19. Ameena made a "city" with identical wooden cubes. One of the diagrams shows the view from above the "city" and the other the view from one of the sides. However, it is not known from which side the side view was taken. What is the largest number of cubes that Ameena could have used?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
25	24	23	22	21

الحل: B

لنحصى عدد المكعبات الخشبية من كل منظور، ونرى أيهم أكبر:

• من المنظور الأمامي: عدد المكعبات هو

$$2 \times 3 + 4 \times 1 + 1 \times 2 + 3 \times 3 = 6 + 4 + 2 + 9 = 21$$

• من المنظور الأيسر: عدد المكعبات هو

$$2 \times 2 + 4 \times 2 + 1 \times 2 + 3 \times 3 = 4 + 8 + 2 + 9 = 23$$

• من المنظور الخلفي: عدد المكعبات هو

$$2 \times 3 + 4 \times 2 + 1 \times 1 + 3 \times 3 = 6 + 8 + 1 + 9 = 24$$

• من المنظور الأيمن: عدد المكعبات هو

$$2 \times 3 + 4 \times 2 + 1 \times 2 + 3 \times 2 = 6 + 8 + 2 + 6 = 22$$

أكبر عدد من المكعبات الخشبية استخدمتها أمانة لبناء المدينة هو 24.

20. كتبت عائشة الأرقام 1, 2, 3, 4, 5 في خلايا على قطعة من الورق كما في الشكل أدناه. قامت عائشة بطي الورقة بحيث تتراكب الخلايا فوق بعضها مكونة خمس طبقات. أي من الترتيبات من الطبقة العلوية إلى الطبقة السفلية يستحيل الحصول عليها؟

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

20. Aisha has a strip of paper with the numbers 1, 2, 3, 4 and 5 written in five cells as shown. She folds the strip so that the cells overlap, forming 5 layers. Which of the following configurations from top layer to bottom layer, is it not possible to obtain?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
3, 5, 4, 2, 1	3, 4, 5, 1, 2	3, 2, 1, 4, 5	3, 1, 2, 4, 5	3, 4, 2, 1, 5

الحل: E

في كل الخيارات نجد 3 في الطبقة العليا. ولأن الطبقات ستكون من طي الورقة دون تقطيع، وحتى يمكننا الطي بحيث تكون 3 في الطبقة العليا يجب أن يكون تحتها مباشرة رقمي أحد الجزأين (الأيمن أو الأيسر) ثم رقمي الجزء الآخر (موضح الجزء الأيمن والأيسر في الشكل التالي).



كل الخيارات تحقق ذلك ما عدا الخيار E وهو 3, 4, 2, 1, 5 الذي فيه تحت الرقم 3 رقم من الجزء الأيمن ثم رقم من الجزء الأيسر ثم رقم من الجزء الأيمن. ومستحيل الحصول على هذا الترتيب من الطي دون تقطيع.

5 points

مسائل الخمس نقاط

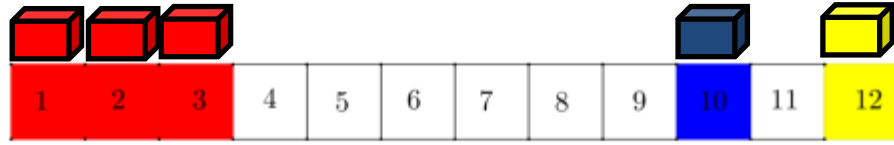
21. لدينا اثنا عشر مكعباً ألوانها هي: 3 زرقاء و 2 صفراء و 3 حمراء و 4 خضراء. تم ترتيبها في صف بحيث يقع مكعب أصفر في أحد الطرفين ومكعب أحمر في الطرف الآخر. جميع المكعبات الحمراء متلاصقة وجميع المكعبات الخضراء متلاصقة، والمكعب العاشر من اليسار لونه أزرق. ما لون المكعب السادس من اليسار؟

21. Twelve colored cubes are arranged in a row. There are 3 blue cubes, 2 yellow cubes, 3 red cubes and 4 green cubes but not in that order. There is a yellow cube at one end and a red cube at the other end. The red cubes are all touching. The green cubes are also all touching. The tenth cube from the left is blue. What color is the cube sixth from the left?

(A)	Green	أخضر	(A)
(B)	Yellow	أصفر	(B)
(C)	Blue	أزرق	(C)
(D)	Red	أحمر	(D)
(E)	Red or blue	أحمر أو أزرق	(E)

الحل: A

لأن الطرفين أحدهما أصفر والآخر أحمر، والمكعبات الحمراء الثلاثة متلاصقة، والمكعب العاشر من اليسار لونه أزرق. الطريقة الوحيدة لإتمام ذلك كالتالي:



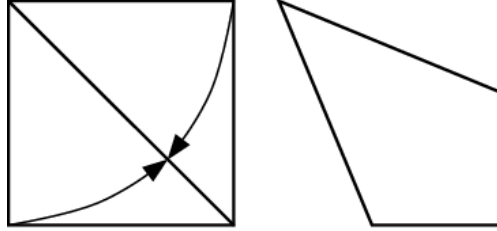
(لاحظ لو وضعنا المكعبات الثلاثة الحمراء على اليمين لناقض ذلك كون المكعب العشر من اليسار أزرق).

من شرط المكعبات الخضراء الأربعة متلاصقة، نجد أنها ستشغل أحد الأماكن: (4, 5, 6, 7) أو (5, 6, 7, 8) أو (6, 7, 8, 9).

وفي جميع الحالات سيشغل المكان السادس من اليسار مكعب أخضر.

22. قام زياد بطي جانبي ورقة مربعة كما في الشكل أدناه فحصل على شكل رباعي.
ما قياس أكبر زاوية في الشكل الرباعي بالدرجات؟

22. Ziad took a square piece of paper and folded two of its sides to the diagonal, as shown, to obtain a quadrilateral. What is the size of the largest angle of the quadrilateral in degrees?



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
112.5	120	125	135	150

الحل: A

من الشكل الموضح: لتكن الورقة المربعة الأصلية هي $ABCD$ ، وبعد الطي أصبحت $AXCY$.

من التماثل أصبح لدينا $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$.

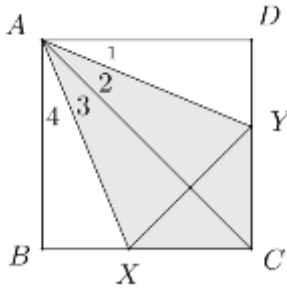
وبالتالي $\angle XAY = \angle 2 + \angle 3 = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

ولأن $\angle XCY = 90^\circ$ زاوية مربع. من التماثل $\angle AXC = \angle AYC$.

ولأن مجموع زوايا الرباعي $AXCY$ يساوي 360° ،

وبالتالي $\angle AXC = \angle AYC = \frac{360^\circ - (90^\circ + 45^\circ)}{2} = \frac{225^\circ}{2} = 112.5^\circ$

وكل منهما تمثل الزاوية الكبرى في الرباعي.



23. كم عدد مكون من أربع خانات يقبل نصفه القسمة على 2، ويقبل ثلثه القسمة على 3، ويقبل خمس القسمة على 5؟

23. How many four-digit numbers A are there, such that half of the number A is divisible by 2, its third is divisible by 3, and the fifth is divisible by 5?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	7	9	10	11

الحل: D

إذا كان عدد يقبل نصفه القسمة على 2 فإنه يقبل القسمة على 4، إذا كان عدد يقبل ثلثه القسمة على 3 فإنه يقبل القسمة على 9، إذا كان عدد يقبل خمس القسمة على 5 فإنه يقبل القسمة على 25.

ومن ثم المطلوب هو عدد الأعداد المكونة من أربع خانات وتقبل القسمة على كل من 4 و 9 و 25 أي تقبل القسمة على $4 \times 9 \times 25 = 900$ (لاحظ الأعداد أولية نسبياً مثنى مثنى). إذن الأعداد هي :

$$2 \times 900, 3 \times 900, \dots, 11 \times 900$$

و عددها 10 أعداد.

(لاحظ $12 \times 900 = 10800$ مكون من خمس خانات، وبالمثل للمضاعفات الأكبر ستكون أكثر من أربع خانات).

24. في ختام مسابقة الرسم يعطي كل عضو من الأعضاء الثلاثة في لجنة التحكيم الدرجات الخمسة متسابقين. يحصل المتسابق إما على 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4 درجات. يجب أن يعطي عضو لجنة التحكيم كل متسابق درجة مختلفة عن المتسابق الآخر. الجدول أدناه يوضح بعض الدرجات المعطاة ومجموع درجات كل متسابق. ما الدرجة التي أعطهاها عضو اللجنة الثالث للمتسابق آدم؟

المتسابقون					
أعضاء اللجنة	آدم	باهر	سامر	داود	عماد
الأول	2	0			
الثاني		2	0		
الثالث					
المجموع	7	5	3	4	11

24. In the final of the drawing competition, each of the three members of the jury gives the five competitors 0 points, 1 point, 2 points, 3 points or 4 points. No two competitors get the same mark from any individual judge. Adam knows all sums of the marks and a few single marks, as shown. How many points did Adam get from judge III?

	Adam	Baher	Samer	David	Emad
I	2	0			
II		2	0		
III					
Sum	7	5	3	4	11

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	1	2	3	4

الحل: B

سيكون هناك حالتان فقط للدرجات كالتالي:

المتسابقون					
عماد	داود	سامر	باهر	آدم	أعضاء اللجنة
4	1	3	0	2	الأول
3	1	0	2	4	الثاني
4	2	0	3	1	الثالث
11	4	3	5	7	المجموع

المتسابقون					
عماد	داود	سامر	باهر	آدم	أعضاء اللجنة
4	3	1	0	2	الأول
3	1	0	2	4	الثاني
4	0	2	3	1	الثالث
11	4	3	5	7	المجموع

في كل منهما درجة آدم من العضو الثالث هي 1. يمكنك الوصول لإحدهما أو كلاهما بالمحاولة والخطأ.

ولمن يريد التفاصيل، هذه إحدى الطرق للوصول إليهما: في البداية درجة باهر من عضو اللجنة الثالث

هي $3 = 5 - (2 + 0)$. نأتي الآن لعماد، مجموع درجاته 11، بالتالي درجاته الثلاثة من الأعضاء بدون

ترتيب هي $\{4, 4, 3\}$ (لو جعلنا درجتان أقل من 4 فيصبح مجموعهما على الأكثر 6 وأياً كانت الدرجة

الثالثة فإن المجموع سيكون أقل من 11). ولأن درجته من العضو الثالث لن تكون 3 لأنه سبق وأن

أعطاه لباهر فإن درجته من العضو الثالث ستكون 4.

وصلنا الآن لبعض القيم الجديدة ليصبح الجدول كالتالي:

المتسابقون					
عماد	داود	سامر	باهر	آدم	أعضاء اللجنة
			0	2	الأول
		0	2		الثاني
4			3		الثالث
11	4	3	5	7	المجموع

نأتي الآن لآدم مجموع درجتيه من العضوين الثاني والثالث هو $7 - 2 = 5$ ، بالتالي درجته من العضوين

دون ترتيب هما $\{2, 3\}$ أو $\{1, 4\}$. لندرس الحالتين:

• الأولى: درجتا آدم من العضوين الثاني والثالث دون ترتيب هما $\{2, 3\}$.

ولأن آدم لا يمكن أن يحصل من العضو الثالث على 3 لأن باهر قد حصل عليها، يجب أن تكون درجته من الثالث 2 ومن الثاني 3. ويترب على ذلك أن تكون درجتا عماد من العضوين الأول والثاني على الترتيب هما 3 و 4. ويصبح الجدول كالتالي:

المتسابقون					
عماد	داود	سامر	باهر	آدم	أعضاء اللجنة
3			0	2	الأول
4		0	2	3	الثاني
4			3	2	الثالث
11	4	3	5	7	المجموع

يمكننا استنتاج أن درجة داود من العضو الثاني هي 1، وبالتالي درجته من العضو الأول أقل من 4، ولكن درجة سامر من العضو الأول أيضاً أقل من 4. مما يعني أن العضو الأول لم يعطي الدرجة 4 لأي طالب وهذا يناقض شرط السؤال. إذن هذه الحالة مستحيلة.

• الثانية: درجتا آدم من العضوين الثاني والثالث دون ترتيب هما $\{1, 4\}$.

ولأن آدم لا يمكن أن يحصل من العضو الثالث على 4 لأن عماد قد حصل عليها، بالتالي يجب أن تكون درجة آدم من الثالث 1 ومن الثاني 4. ويترب على ذلك أن تكون درجتا عماد من العضوين الأول والثاني على الترتيب هما 4 و 3. ويصبح الجدول كالتالي:

المتسابقون					
عماد	داود	سامر	باهر	آدم	أعضاء اللجنة
4			0	2	الأول
3		0	2	4	الثاني
4			3	1	الثالث
11	4	3	5	7	المجموع

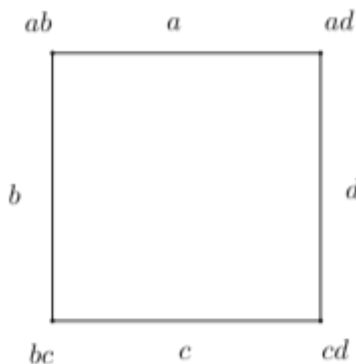
ليس من الصعب عليك إكمال الجدول الآن لتكتشف أن هناك حالتان فقط كما في بداية الحل.

25. كتبت سناء عدداً صحيحاً موجباً على كل ضلع من أضلاع مربع. وكتبت حاصل ضرب كل عددين صحيحين على ضلعين يشتركان في رأس على ذلك الرأس. مجموع الأعداد المكتوبة على الرؤوس يساوي 15. ما مجموع الأعداد المكتوبة على أضلاع المربع؟

25. Sana writes a positive integer on each edge of a square. She also writes at each vertex the product of the numbers on the two edges that meet at that vertex. The sum of the numbers at the vertices is 15. What is the sum of the numbers on the edges of the square?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
6	7	8	10	15

الحل: C



لتكن الأعداد الصحيحة الموجبة الموضوعة على الأضلاع هي a, b, c, d ، بالتالي الأعداد الموضوعة على الرؤوس هي ab, bc, cd, da كما بالشكل.

إذن $ab + bc + cd + da = 15$. ولكن الطرف الأيسر يمكن تحليله كالتالي

$$(ab + bc) + (cd + da) = b(a + c) + d(c + a) = (a + c)(b + d)$$

إذن $(a + c)(b + d) = 15$.

ولأن كل من القوسين أكبر من 1، إذن أحد القوسين يساوي 3 والآخر 5.

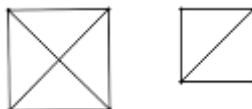
وفي الحالتين يكون $a + b + c + d = 3 + 5 = 8$.

26. لدى سحر 52 مثلثاً كلها متطابقة وكل منها قائم الزاوية ومتطابق الضلعين. أرادت أن تُكوّن مربعاً باستخدام بعض منها. ما عدد الأطوال المختلفة الممكنة لذلك المربع؟

26. Sahar has 52 identical isosceles right-angled triangles. She wants to make a square using some of them. How many different sized squares can she make?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
6	7	8	9	10

الحل: C



يمكننا تكوين التالي:

- مربع من مثلثين كما في الشكل الأيمن وليكن طول ضلعه a ،
- مربع من 4 مثلثات كما في الشكل الأيسر وليكن طول ضلعه b ،
- مربع طوله $2a$ يمكن تقسيمه لأربعة مربعات طول ضلعها a وفي كل منها مثلثان ومن ثم سيحتوي على 8 مثلثات،
- مربع طوله $2b$ يمكن تقسيمه لأربعة مربعات طول ضلعها b وفي كل منها 4 مثلثات ومن ثم سيحتوي على 16 مثلث،
- مربع طوله $3a$ يمكن تقسيمه لتسعة مربعات طول ضلعها a وفي كل منها مثلثان ومن ثم سيحتوي على 18 مثلث،
- مربع طوله $3b$ يمكن تقسيمه لتسعة مربعات طول ضلعها b وفي كل منها 4 مثلثات ومن ثم سيحتوي على 36 مثلث،
- مربع طوله $4a$ يمكن تقسيمه لستة عشر مربعاً طول ضلعها a وفي كل منها مثلثان ومن ثم

سيحتوي على 32 مثلث،

- مربع طوله $5a$ يمكن تقسيمه خمسة وعشرون مربعًا طول ضلعها a وفي كل منها مثلثان ومن ثم

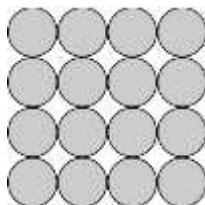
سيحتوي على 50 مثلث،

عدد الأطوال المختلفة للمربع هو 8.

(لاحظ المربعات التي طولها أكبر من $4b$ أو أكبر من $5a$ ستحتاج أكثر من 52 مثلثًا، لذا لم يتم عدّها).

27. يبني عمر هرم رباعي باستخدام كرات معدنية متطابقة. القاعدة المربعة مكونة من 4×4 كرة كما في الشكل أدناه. ثم يضع طبقة مكونة من 3×3 كرة وبعدها طبقة مكونة من 2×2 كرة. الطبقة الأخيرة تتكون من كرة واحدة. الكرات مثبتة بواسطة صمغ عند كل نقطة تماس بين كرتين. كم عدد النقاط ذات الصمغ؟

27. Omar builds a pyramid with metal spheres. The square base consists of 4×4 spheres as shown in the figure. The floors consist of 3×3 spheres, 2×2 spheres and a final sphere at the top. At each point of contact between two spheres, a blob of glue is placed. How many blobs of glue will Omar place?

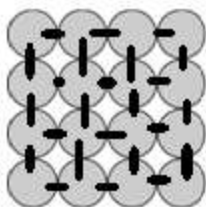


(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
72	85	88	92	96

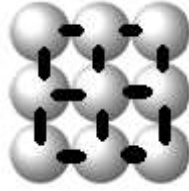
الحل: E

لدينا 4 طبقات. سنقوم بعد نقاط الصمغ في كل طبقة على حدة، ثم نعد نقاط الصمغ بين كل طبقتين.

• في الطبقة السفلية: نقاط الصمغ موضحة بالنقاط السوداء بالرسم التالي وعددها 24 نقطة.



• في الطبقة الثالثة: نقاط الصمغ موضحة بالنقاط السوداء بالرسم التالي وعددها 12 نقطة.



- في الطبقة الثانية: نقاط الصمغ موضحة بالنقاط السوداء بالرسم التالي وعددها 4 نقاط.



- في الطبقة العلوية: لا يوجد نأتي لعدد نقاط الصمغ بين طبقتين:
- نقاط الصمغ بين الطبقة العلوية والثانية: الكرة العلوية تتركز على 4 كرات تحتها في الطبقة الثانية، بالتالي عدد نقاط الصمغ بين الطبقتين هي 4 نقاط.
- نقاط الصمغ بين الطبقة الثانية والثالثة : لدينا 4 كرات في الطبقة الثانية، وكل كرة فيها تتركز على 4 كرات تحتها في الطبقة الثالثة إذن عدد نقاط الصمغ بين الطبقتين هو $4 \times 4 = 16$ نقطة.
- نقاط الصمغ بين الطبقة الثالثة والسفلية: : لدينا 9 كرات في الطبقة الثالثة، وكل كرة فيها تتركز على 4 كرات تحتها في الطبقة السفلية إذن عدد نقاط الصمغ بين الطبقتين هو $4 \times 9 = 36$ نقطة.
- أخيراً إجمالي عدد نقاط الصمغ هو:

$$24 + 12 + 4 + 4 + 16 + 36 = 96$$

28. يقف أربعة أطفال في الزوايا الأربع لمسبح أبعاده 10×25 م. ويقف مدربهم في مكان ما على إحدى حواف المسبح، وعندما استدعاهم خرج ثلاثة أطفال من المسبح ومشوا أقل مسافة ممكنة حول المسبح ليصلوا إليه. قطع الثلاثة أطفال مجتمعين 50 م. ما أقل مسافة بالمتري يجب أن يمشيها المدرب ليصل للطفل الرابع؟

28. Four children are in the four corners of a $10 \text{ m} \times 25 \text{ m}$ pool. Their trainer is standing somewhere on one side of the pool. When he calls them, three children get out and walk as short a distance as possible round the pool to meet him. They walk 50 m in total. What is the shortest distance in meters the trainer needs to walk to get to the fourth child?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	12	15	20	25

الحل: D



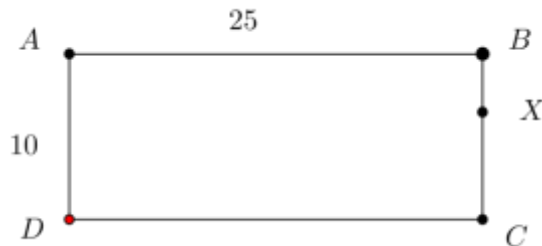
بفرض أن الطفل الرابع عند الرأس D ، والأطفال الثلاثة الباقون والذين تحركوا للمدرب عند الرؤوس

A, B, C . ولكن أين موقع المدرب؟

سنثبت أنه إذا قطع الأطفال عند الرؤوس A, B, C مسافات مجموعها 50 م للوصول للمدرب، من

المستحيل أن يكون موقع المدرب على BC كالآتي:

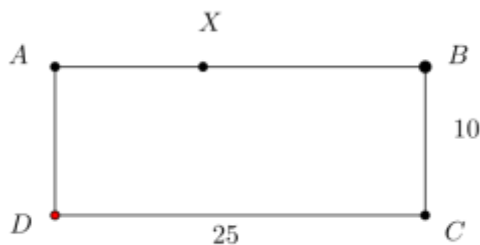
بفرض أن موقع المدرب عند نقطة X على BC كما بالشكل.



مجموع مسافتي طفلي B, C للوصول إلى X هو 10 م، المسافة الصغرى التي يقطعها طفل A للوصول إلى X هي $25 + BX$.

ولأن مجموع المسافات الثلاثة 50 م، إذن $BX = 15\text{ m}$ وهذا يناقض أن $BX \leq 10$.
بالمثل نثبت استحالة وجود X على AD, DC .

إذن موقع المدرب X سيكون على AB ، تحديداً بين A, B كما بالشكل التالي:



مجموع مسافتي طفلي A, B للوصول إلى X هو 25 م، المسافة الصغرى التي يقطعها طفل C للوصول إلى X هي $10 + BX$.

ولأن مجموع المسافات الثلاثة 50 م، إذن $BX = 15\text{ m}$ ، ومنها $AX = 10\text{ m}$.

إذن أقل مسافة بالأمتار يقطعها المدرب للوصول إلى D هي $XA + AD = 10 + 10 = 20$.

29. اشترك أسامة وبدر وسعد في سباق جري. بدأوا السباق في نفس الوقت وسرعة كل منهم ثابتة. عندما وصل أسامة للنهاية تبقى لبدر 15م وتبقى لسعد 35م ليصلا للنهاية. وعندما وصل بدر للنهاية تبقى لسعد 22م ليصل للنهاية. ما هي مسافة السباق بالمتراً؟

29. Osama, Bader and Saad ran a race. They started at the same time, and their speeds were constant. When Osama finished, Bader had 15 m to run and Saad had 35 m to run. When Bader finished, Saad had 22 m to run. What is the distance in meters they ran?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
135	140	150	165	175

الحل: D

لنفرض مسافة السباق بالأمتر هي x .

الزمن الذي قطع فيه بدر مسافة $x - 15$ يساوي الزمن الذي قطع فيه سعد مسافة $x - 35$ متراً،
كذلك الزمن الذي قطع فيه بدر مسافة x يساوي الزمن الذي قطع فيه سعد مسافة $x - 22$ متراً،
ولأن سرعتيهما ثابتة يمكننا تكوين التناسب التالي:

$$\begin{array}{cc} \text{سعد} & \text{بدر} \\ x-35 & x-15 \\ x-22 & x \end{array}$$

ومنه نحصل على المعادلة:

$$\begin{aligned} x(x - 35) &= (x - 15)(x - 22) \Rightarrow \\ x^2 - 35x &= x^2 - 22x - 15x + 330 \Rightarrow \\ 22x + 15x - 35x &= 330 \Rightarrow \\ 2x &= 330 \Rightarrow x = 165 \end{aligned}$$

مسافة السباق هي 165 متراً.

30. العبارات أدناه تعطي بعض المعلومات عن الرقم السري لأحمد والمكون من أربعة أرقام.

رقمان صحيحان لكن في غير خاتئهما.

رقم صحيح وفي خاتئ.

رقم صحيح وفي خاتئ ورقم آخر صحيح لكن في غير خاتئ.

رقم صحيح لكن في غير خاتئ.

جميع الأرقام غير صحيحة.

ما هو رقم الآحاد للرقم السري لأحمد؟

30. The statements below give clues to the identity of Ahmad's four-digit password.

Two digits are correct but in the wrong places.

One digit is correct and in the right place.

Two digits are correct with one of them being in the right place and the other one in the wrong place.

One digit is correct but in the wrong place.

None of the digits are correct.

What is the last digit of the Ahmad's password?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	1	3	5	9

الحل: C

نبدأ من العبارة (7 6 4 2) جميع الأرقام غير صحيحة). بالتالي جميع تلك الأرقام ليست في الرقم السري لأحمد.

الآن نعيد كتابة العبارات الأربعة الأخرى بعد حذف تلك الأرقام كالتالي:

رقمان صحيحان لكن في غير خانتيهما. 1 3

رقم صحيح وفي خانته 9 8

رقم صحيح وفي خانته ورقم آخر صحيح لكن في غير خانته. 5 0 9

رقم صحيح لكن في غير خانته. 1

بالنظر للعبارتين الأولى والرابعة الجديدتين نجد أن 1 و 3 أرقام في الرقم السري لأحمد حيث الرقم 1 ليس في أي من الخانتين الآحاد ولا المئات، والرقم 3 ليس في خانة العشرات.

ننظر الآن للعبارة (9 8) رقم صحيح وفي خانته) ويصبح لدينا حالتان:

• الأولى: 8 في خانة المئات، وتصبح 9 ليست في رقمنا السري.

وتصبح العبارة (5 0 9) رقم صحيح وفي خانته ورقم آخر صحيح لكن في غير خانته) تعني بأن الرقم 5 في خانة الآلاف ، وكذلك 0 سيكون في رقمنا السري، ويصبح الرقم السري فيه الأرقام الخمسة 1 و 3 و 8 و 5 و 0. وذلك يناقض أن الرقم السري به أربع خانات فقط. إذن الحالة مرفوضة.

• الثانية: 9 في خانة الآلاف، وتصبح 8 ليست في رقمنا السري.

وتصبح العبارة (5 0 9) رقم صحيح وفي خانته ورقم آخر صحيح لكن في غير خانته). تعني بأن الرقم 0 في خانة المئات ، ونستبعد 5 من الرقم السري.

ولكن 1 و 3 أرقام في الرقم السري لأحمد حيث الرقم 1 ليس في خانة الآحاد. إذن الرقم 1 في خانة العشرات ، وأخيراً الرقم 3 في خانة الآحاد .