الحلول الكاملة لكتيب ثالث متوسط وأول ثانوي 2022

9-10 Junior 2022

إخراج اللجنة العلمية

أ عبد الوهاب الشيخ أ طارق فضل

د عبد العزيز بن عبيد

إشراف

أ صفوت الطناني

3 point problems — مسائل الثلاث نقاط

1– تقوم رهف بتكوين أرقام العدد 2022 الأربعة باستخدام أعواد ثقاب موجودة في علبة تحتوي على 30 عود ثقاب. لقد بدأت بالفعل بتكوين أول رقمين كما في الشكل الموضح. كم عدد أعواد الثقاب المتبقية بعد الانتهاء من تكوين العدد 2022؟

1. Rahaf is forming the four-digit number 2022 using some matches from a box. The box originally contained 30 matches. She has already started and formed the first two digits, as shown in the diagram. How many matches will remain in the box when she has finished forming 2022?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
20	19	10	9	5

الحل (D)

تحتاج رهف إلى خمسة أعواد لتكوين الرقم 2، كذلك تحتاج إلى ستة أعواد لتكوين الرقم 0.

عدد الأعواد الكلية التي تحتاجها = $6+5\cdot3$ **=** 21 **عودًا.**

عدد أعواد الثقاب المتبقية بعد الانتهاء من تكوين 2022 **هو**

$$30-21=9$$

3 point problems | **مسائل الثلاث نقاط**

2– مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه 12، ومحيطه يساوي محيط مربع طول ضلعه x. ما قيمة x؟

2. An equilateral triangle of side $12\ cm$ has the same perimeter as a square of side x.
What is the value of x ?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
9	12	16	24	36

الحل (A)

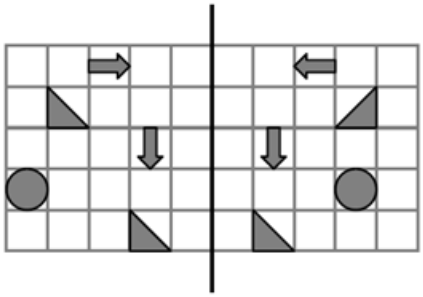
مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه 12 يكون محيطه يساوي $3\times12=36$.

مربع طول ضلعه x **يكون محيطه يساوي** $4x$.

ولكن محيط المثلث يساوي محيط المربع ، إذن $4x=36$.

و بقسمة كل من الطرفين على 4 نجد أن $x=9$.

3– تم رسم بعض الأشكال على ورقة مربعات. قام المعلم بطي الجانب الأيسر من الورقة عند الخط السميك الموضح بالشكل. كم عدد الأشكال في الجانب الأيسر والتي ستنطبق على نظائرها في الجانب الأيمن؟



3. Some shapes are drawn on a piece of paper. The teacher folded the left-hand side of the paper over the thick line. How many of the shapes on the left-hand side will fit exactly on top of a shape on the right-hand side?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

الحل (C)

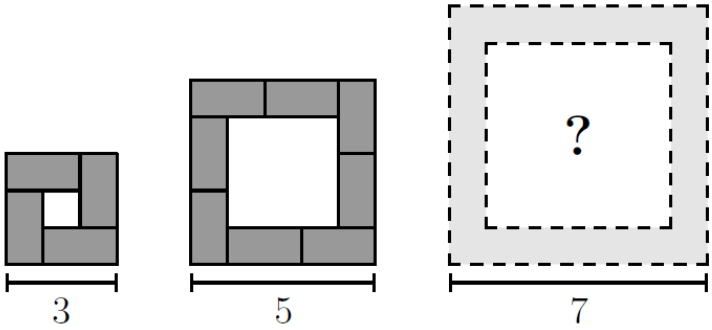
لدينا خمسة أشكال كما هو موضح.

سيتم استبعاد الدائرة بسبب أن الدائرتين لا تقعان على نفس المسافة من خط الطي.

كذلك سيتم استبعاد المثلث لأن الضلعان الرأسيان للمثلثين السفليين لا يقعان على نفس المسافة من خط الطي.

وبالتالي يتبقى لدينا ثلاث أشكال ستنطبق مع نظائرها عند طي الورقة.

4– رتبت هبة الله طاولات بعديها 2×1 وفقًا لعدد المشاركين في الاجتماع. الشكل التالي يوضح منظورًا علويًا لترتيب الطاولات للاجتماعات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة. كم عدد الطاولات المستخدمة في الاجتماع الكبير؟

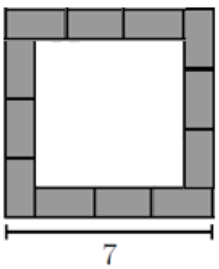


4. Hebatallah arranges tables of size 2×1 according to the number of participants in a meeting. The diagrams show a top view of the tables arrangement for a small, a medium and a large meeting. How many tables are used for the large meeting?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	11	12	14	16

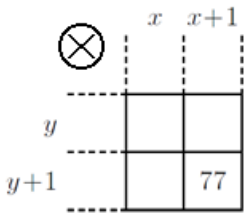
الحل هو (C)

يمكننا أن نضع الطاولات في أماكنها في الاجتماع الكبير كما في الشكل التالي، عدد الطاولات 12 طاولة.



@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

5– الشكل التالي يوضح جزءًا من جدول الضرب، حيث يظهر ناتج واحد فقط. إذا كان x, y عددين صحيحين موجبين، و $x > y$. ما قيمة x؟



5. A square of numbers is taken out from a multiplication table. Only one number is visible. The integers x and y are both positive and $x > y$. What is the value of x ?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
6	7	8	10	11

الحل (D)

لدينا عدد واحد في الجدول و هو 77 **وهو ناتج من ضرب** $(x+1)$ **في** $(y+1)$.

إذن $(x+1)(y+1) = 77 = 11 \times 7$

وحيث أن $x > y$ **، لذا فإن** $x+1 > y+1$

و هذا معناه أن

$$x+1 = 11 \Rightarrow x = 10$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

3 point problems **مسائل الثلاث نقاط**

6– أنا عدد أصغر من نصفي وأكبر من ضعفي، وإذا جمعتني مع مربعي يكون الناتج صفرًا. فمن أنا؟

6. I am a number, am less than my half and greater than my double. The sum of me and my square is zero. Who am I?

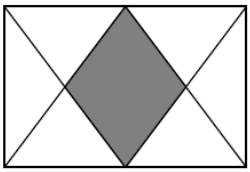
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
-2	-1	0	1	2

الحل (B)

حيث أن مجموع العدد مع مربعه يساوي صفر فالعدد إما أن يكون 0 **أو** -1 .

ولكن العدد أصغر من نصفه لذلك يتم استبعاد العدد 0 ، **إذن الحل هو العدد** -1 .

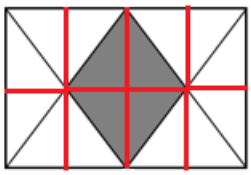
7– في المستطيل الموضح بالشكل، تم توصيل نقطتي المنتصف لأطول ضلعين فيه برؤوس المستطيل الأربعة. ما الكسر الذي يمثل المساحة المظللة من المستطيل؟



7. In the rectangle shown, the midpoints of the two longer sides are joined to all four vertices. What fraction of the rectangle is shaded?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$

الحل (B)



دعنا نقسم المستطيل بخطوط رأسية وأفقية إلى ست عشرة مثلثًا متساوية في المساحة كما بالشكل.

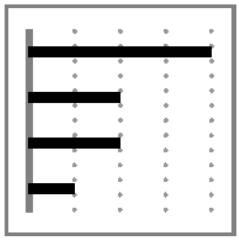
سيكون لدينا أربعة أجزاء مظللة من أصل ست عشرة جزء.

إذن الكسر المطلوب هو $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

3 point problems | **مسائل الثلاث نقاط**

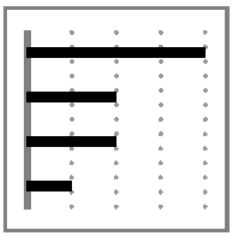
8- يظهر في أحد التطبيقات على جوال نادية الشكل البياني التالي والذي يوضح مقدار الوقت الذي قضته الأسبوع الماضي على أربعة من تطبيقاتها.



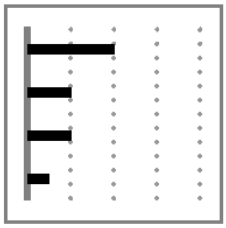
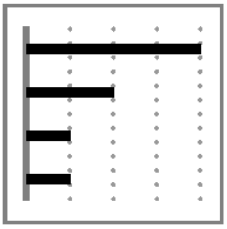
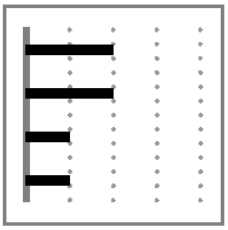
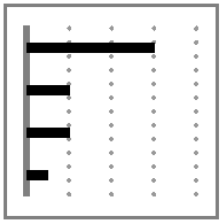
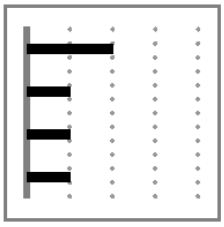
وفي هذا الأسبوع انخفض الوقت لاثنين من التطبيقات إلى النصف، بينما قضت نفس الوقت على التطبيقين الآخرين.

أي مما يلي يمثل الشكل البياني لهذا الأسبوع؟

8. On Nadya's smartphone, this diagram shows how much time she spent last week on each of her apps.



This week she halved the time spent on two of these apps, but spent the same amount of time on the other two apps. Which of the following could be the diagram for this week?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
				

الحل (C)

لأن في الشكل (A) انخفض الوقت لجميع التطبيقات الأربعة إلى النصف.

الشكل (B) انخفض الوقت لتطبيق واحد فقط إلى النصف.

الشكلان (D)، (E) انخفض الوقت لثلاث تطبيقات إلى النصف.

3 point problems — مسائل الثلاث نقاط

9– هناك خمسة مرشحين في الانتخابات المدرسية. وبعد فرز 90% من أصوات الناخبين كانت النتائج الأولية كما يلي:

الطالب	صالح	محمد	فهد	ناصر	عبدالله
عدد الأصوات	14	11	10	8	2

كم عدد الطلاب الذين لا يزال لديهم فرصة للفوز في الانتخابات؟

9. There are five candidates in the school election. After 90% of the votes had been counted, the preliminary results were as follows:

Student	Saleh	Mohamed	Fahd	Nasser	Abdullah
votes	14	11	10	8	2

How many students still have a chance of winning the election?

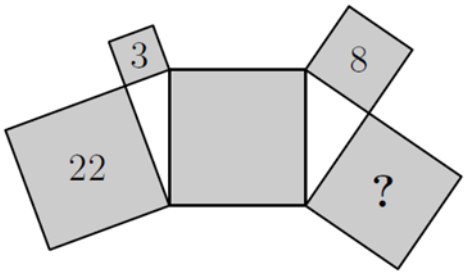
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

الحل (C)

عدد الناخبين الذين أدلوا بأصواتهم بعد إعلان النتائج الأولية هو $2+8+10+11+14=45$، وهذا يمثل 90% من العدد الكلي للناخبين. وبالتالي يتبقى من الناخبين ما يمثل 10% من العدد الكلي للناخبين، وبالتالي سيكون عددهم 5 ناخبين. ومن ثم العدد الكلي للناخبين هو 50. ولكي يفوز أحد المرشحين يجب أن يحصل على 14 صوتًا على الأقل (حتى يتمكن من تخطي صالح الذي حصل بالفعل على 14 صوتًا). ولأنه في أفضل الظروف بالنسبة لكل واحد منهم يكون:

- **عبد الله ليس لديه فرصة للفوز لأنه إذا حصل على الأصوات الخمسة المتبقية يكون قد حصل على $2+5=7<14$.**
- **ناصر ليس لديه فرصة للفوز لأنه إذا حصل على الأصوات الخمسة المتبقية يكون قد حصل على $8+5=13<14$.**
- **فهد لديه فرصة للفوز لأنه إذا حصل على الأصوات الخمسة المتبقية يكون حصل على $10+5=15>14$.**
- **محمد لديه فرصة للفوز لأنه إذا حصل على الأصوات الخمسة المتبقية يكون حصل على $11+5=16>14$.**
- **صالح لديه فرصة للفوز لأنه إذا حصل على الأصوات الخمسة المتبقية يكون حصل $14+5=19$.**

10– تم ترتيب خمسة مربعات ومثلثين قائمي الزاوية كما هو مبين بالشكل. تشير الأعداد 3 و 8 و 22 الموجودة داخل المربعات الثلاثة إلى مساحاتها بالأمتار المربعة. ما مساحة المربع الذي يحوي علامة الاستفهام؟



10. Five squares and two right-angled triangles are arranged as shown. The numbers 3 , 8 and 22 inside three of the squares indicate their areas in square metres. What is the area of the square containing the question mark?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$14\ m^2$	$15\ m^2$	$16\ m^2$	$17\ m^2$	$18\ m^2$

الحل (D)

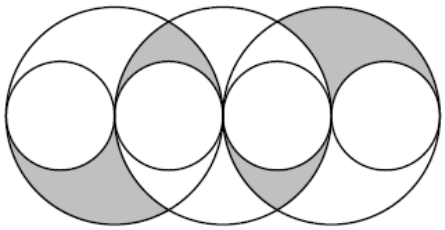
المربع الكبير جميع أضلاعه متطابقة، ولذلك طولا وتري المثلثان القائمين الزاوية غير المظللين متطابقين.

وبتطبيق نظرية فيثاغورس على هذين المثلثين، وبفرض أن مساحة المربع المطلوب هو a **فإن:**

$$a+8=3+22$$
$$a+8=25$$
$$a=25-8$$
$$a=17$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

11– يوضح الشكل التالي ثلاث دوائر كبيرة متطابقة وأربع دوائر صغيرة متطابقة، مراكز الدوائر ونقاط التماس تقع جميعها على استقامة واحدة، نصف قطر الدائرة الصغيرة $1\ cm$. ما مساحة المنطقة المظللة بالسنتيمتر المربع؟



11. The diagram shows three large circles of equal radius and four small circles of equal radius where the centers of all circles and all points of contact lie on one straight line. The radius of each small circle is $1\ cm$. What is the shaded area in square centimeters?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
π	2π	3π	4π	6π

الحل (B)

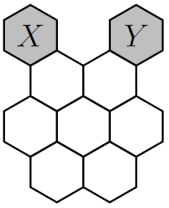
بالنظر للشكل أعلاه نجد،

مساحة المنطقة المظللة = مساحة دائرة كبيرة – مساحة دائرتين صغيرتين

$$= \pi(2)^2 - 2\times\pi(1)^2$$
$$= \pi(4) - 2\times\pi(1)$$
$$= 4\pi - 2\pi = 2\pi$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

12– يوضح الشكل التالي تنقل نحلة من خلية إلى الخلية المجاورة لها. ما عدد الطرق المختلفة التي تنتقل بها النحلة من الخلية X إلى الخلية Y بحيث تمر – مرة واحدة فقط – بكل خلية من الخلايا السبع البيضاء؟

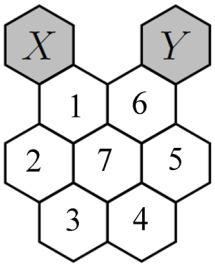


12. A bee moves from hexagon X to hexagon Y . She can only move from one hexagon to another if they have an edge in common. How many different routes are there from X to Y that pass through each of the seven white hexagons exactly once?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	3	4	5	6

الحل هو (D)

بالنظر للشكل المجاور يوجد 5 مسارات وهي:



$X \Rightarrow 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 7 \Rightarrow 6 \Rightarrow Y$

$X \Rightarrow 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 7 \Rightarrow 5 \Rightarrow 6 \Rightarrow Y$

$X \Rightarrow 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 7 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 6 \Rightarrow Y$

$X \Rightarrow 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 7 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 6 \Rightarrow Y$

$X \Rightarrow 1 \Rightarrow 7 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 6 \Rightarrow Y$

13- ذات مرة قابلت ستة أشقاء، وكانت أعمارهم ستة أعداد كلية متتالية. وسألت كل منهم سؤالًا: "كم عمر أكبر أشقاءك؟" أي مما يلي لا يمكن أن يكون مجموع إجاباتهم الست؟

13. I once met six siblings whose ages were six consecutive whole numbers. I asked each of them the question: "How old is your oldest sibling?" Which of the following could not be the sum of their six answers?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
95	125	167	205	233

الحل هو (D)

نفرض أن عمر أكبر الأشقاء هو x .

بذلك يكون إجابة كل واحد من الأشقاء الخمسة هي x .

بينما إجابة الشقيق الأكبر هي $x-1$.

وبالتالي يكون مجموع الإجابات للأشقاء الستة هي $x+x+x+x+x+(x-1)=6x-1$.

أي أن مجموع الإجابات هو عدد إذا أضفنا له 1 يكون الناتج عددًا من مضاعفات العدد 6 .

وهذا لا يتحقق مع 205 **لأن** $205+1=206$ **والعدد** 206 **ليس من مضاعفات العدد** 6 .

بينما يتحقق مع البقية:

$95+1=96=6(16)$ $125+1=126=6(21)$ $167+1=168=6(28)$ $233+1=234=6(39)$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

14– وضعت جودي 2022 **بلاطة في صف واحد. أزالت لين كل سادس بلاطة من الصف، بعد ذلك أزالت نوف كل خامس بلاطة من البلاطات المتبقية، ثم أزالت مريم كل رابع بلاطة من البلاطات المتبقية. في النهاية أزالت ريما كل البلاطات المتبقية. ما عدد البلاطات التي أزالتها ريما؟**

14. Judy puts 2022 tiles in a long line. Then Leen removes every sixth tile. Next Noof removes every fifth tile from those that remain. Then Mariam removes every forth tile. Finally, Reema removes all the remaining tiles. How many tiles does Reema remove?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	337	674	1011	1348

الحل هو (D)

بفرض أننا قسمنا البلاطات إلى مجموعات سداسية (كل مجموعة بها ست بلاطات).

سيكون لدينا 337 **مجموعة لأن** $6\times337=2022$.

أزالت لين كل سادس بلاطة هذا معناه أنه تبقى 337 **مجموعة في كل مجموعة خمس بلاطات،**

ثم أزالت نوف كل خامس بلاطة هذا معناه أنه تبقى 337 **مجموعة في كل مجموعة أربع بلاطات،**

ثم أزالت مريم كل رابع بلاطة هذا معناه أنه تبقى لدينا 337 **مجموعة في كل مجموعة ثلاث بلاطات،**

أي أن عدد البلاطات المتبقية = $3\times337=1011$ **بلاطة، وهو عدد البلاطات التي أزالتها ريما.**

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

15– سأل ثلاثة أطفال جدتهم عن عمرها. فطلبت منهم أن يخمنوا عمرها. قال أحد الأطفال إنها تبلغ من العمر 75 عام، وقال الثاني إنها تبلغ من العمر 78 عامًا وقال الثالث إنها تبلغ من العمر 81 عامًا. لكن اتضح أن أحد التخمينات كان خاطئًا بعام واحد، وآخر كان خاطئًا بعامين، وآخر كان خاطئًا بمقدار 4 أعوام. ما هو عمر الجدة؟

15. The Three children asked their grandmother how old she was. She replied by asking them to guess her age. One child said she was 75 , one said she was 78 and one said she was 81 . It turned out that one of the guesses was wrong by 1 year, one was wrong by 2 years and one was wrong by 4 years.
What is the grandmother's age?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
76	77	79	80	لا يمكن تحديده بالضبط *cannot be determined exactly*

الحل (E)

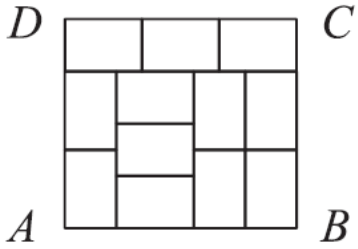
لا يمكن تحديد عمر الجدة بالضبط.

وذلك لأن عمر الجدة ممكن أن يكون 79 وهو يحقق الشروط حيث $79=75+4=81-2=78+1$،

وكذلك عمر الجدة ممكن أن يكون 77 و هو يحقق الشروط حيث $77=75+2=81-4=78-1$،

يوجد إجابتان ممكنتان، وبالتالي لا يمكن تحديد عمر الجدة بالضبط.

16– في الشكل التالي، المستطيل الكبير $ABCD$ مقسم إلى 12 مستطيل صغير جميعها متطابقة. ما قيمة النسبة $\frac{AD}{DC}$؟



16. The diagram shows a large rectangle $ABCD$ divided into 12 identical small rectangles. What is the ratio $\frac{AD}{DC}$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{8}$

الحل (A)

نفرض أن طول المستطيل الصغير هو x، وعرض المستطيل الصغير هو y.

ومن ثم $|DC|=3x$، $|AB|=x+3y$. وبالتالي $3x=x+3y$، ومنها $2x=3y$، ومنها $x=1.5y$.

إذن

$$\frac{AD}{DC}=\frac{2x+y}{3x}=\frac{3y+y}{3\times 1.5y}=\frac{4y}{4.5y}=\frac{4}{4.5}=\frac{8}{9}$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

17– بدأ أرنب وقنفذ بالسباق في مضمار دائري بطول $550\ m$. كلاهما ركض بسرعة ثابتة. كانت سرعة الأرنب $10\ m/s$ وسرعة القنفذ $1\ m/s$. ولكن ركض القنفذ في الاتجاه المعاكس للأرنب. عندما تقابلا، استدار القنفذ مباشرة وركض خلف الأرنب. كم فرق الوقت بالثواني بين وقت وصول الأرنب لخط النهاية عن وقت وصول القنفذ؟

17. A rabbit and a hedgehog had a race around a $550\ m$ long circular track. Both ran at constant speed. The rabbit's speed was $10\ m/s$, and the hedgehog's speed was $1\ m/s$. They started at the same time. However, the hedgehog ran in the opposite direction to the rabbit. When they met, the hedgehog immediately turned round and ran after the rabbit. How long after the rabbit did the hedgehog reach the finish?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
45 sec	50 sec	55 sec	100 sec	505 sec

الحل (A)

نعلم أن الزمن = المسافة ÷ السرعة.

زمن إنهاء الأرنب للسباق = $\frac{550}{10}=55$ **ثانية.**

نفرض أن المسافة التي يقطعها القنفذ حتى يقابل الأرنب هي x **مترًا،**

المسافة التي يقطعها الأرنب حتى يقابل القنفذ هي $550-x$ **مترًا. إذن**

$$\frac{x}{1}=\frac{550-x}{10}\Rightarrow 10x=550-x\Rightarrow 11x=550\Rightarrow x=50$$

ولأن القنفذ قطع تلك المسافة مرتين (قبل وبعد مقابلة الأرنب)،

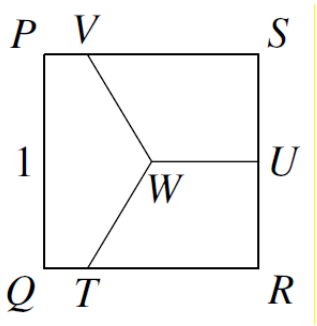
إذن المسافة الكلية التي قطعها القنفذ هي $100m$ **بسرع** $1\ m/s$.

زمن إنهاء القنفذ للسباق هو $\frac{100}{1}=100$ **ثانية.**

إذن فرق الوقت بالثواني بين وقت وصول الأرنب لخط النهاية عن وقت وصول القنفذ هو $100-55=45$ **ثانية.**

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

18– في الشكل التالي: المربع $PQRS$ طول ضلعه $1\ cm$. النقطة U منتصف $\overline{RS}$ والنقطة W مركز المربع. قسمت القطع المستقيمة $\overline{VW}$ و $\overline{UW}$ و $\overline{TW}$ المربع إلى ثلاث مناطق متساوية في المساحة. ما طول $\overline{SV}$ ؟



18. The diagram shows square $PQRS$ of side-length $1\ cm$. The midpoint of $\overline{RS}$ is marked U and the center of the square is marked W. Line segments $\overline{TW}$, $\overline{UW}$ and $\overline{VW}$ split the square into three regions of equal area. What is the length of $\overline{SV}$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{1}{2}\ cm$	$\frac{2}{3}\ cm$	$\frac{3}{4}\ cm$	$\frac{4}{5}\ cm$	$\frac{5}{6}\ cm$

الحل (E)

نفرض أن طول $\overline{SV}$ هو x .

من المعطيات النقطة W هي مركز المربع ، النقطة U منتصف $\overline{RS}$ ، وهذا معناه $US = WU = \frac{1}{2}cm$.

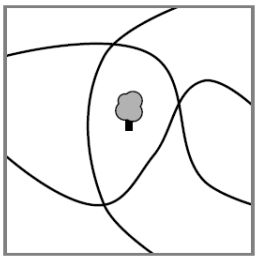
و كما هو معطي مساحة شبه المنحرف $USVW$ تساوي $\frac{1}{3}$. إذن

$$\frac{1}{2}\times\left(x+\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{1}{4}\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\Rightarrow$$
$$x+\frac{1}{2}=\frac{4}{3}\Rightarrow x=\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\Rightarrow x=\frac{8}{6}-\frac{3}{6}\Rightarrow x=\frac{5}{6}$$

أي أن طول $\overline{SV}$ هو $\frac{5}{6}\ cm$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

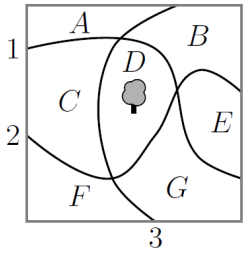
19– يوجد ثلاثة مسارات عبر منتزه مدينتنا، توجد شجرة مزروعة في وسط المنتزه كما هو موضح بالشكل. ما أقل عدد من الأشجار نحتاج أن نزرعه بحيث يتساوى عدد الأشجار على جانبي كل مسار؟



19. There are three paths through our city park. A tree is planted in the middle of the park, as shown. What is the smallest number of trees that need to be planted so that there are the same number of trees on both sides of each of the paths?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

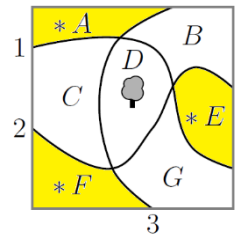
الحل (C)



لنرمز للمناطق السبع بالأحرف A,B,C,D,E,F,G **، والمسارات الثلاثة بالأرقام** $1,2,3$**، كما بالشكل المجاور.**

بالنظر إلى المسار 1**، لابد من زراعة شجرة في أحد المناطق** A **أو** B **أو** E**.**

وبالنظر إلى المسار 2**، لابد من زراعة شجرة في أحد المناطق** F **أو** G **أو** E**.**



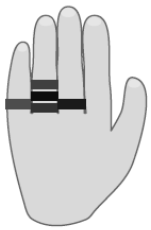
وبالنظر إلى المسار 3**، لابد من زراعة شجرة في أحد المناطق** F **أو** C **أو** A**.**

الثلاثيات المذكورة سابقاً لا يوجد بينها جميعاً أي منطقة مشتركة، ولكن بين كل ثلاثيين توجد منطقة مشتركة واحدة. حول المسارين $1,2$ **المنطقة** E **، حول المسارين** $2,3$ **المنطقة** F**، حول المسارين** $1,3$ **المنطقة** A**.**

لذلك سنزرع ثلاث شجرات في المناطق F **،** E **،** A **كما هو موضح بالشكل المجاور.**

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

20– لدى ديما خمسة خواتم في أصابعها كما هو موضح بالشكل. وهي تريد أن تخلعهم واحدًا تلو الآخر. بكم طريقة مختلفة تستطيع القيام بذلك؟



20. Deema has five rings on her fingers, as shown in the diagram. She takes them off one at a time. In how many different ways can she do this?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
16	20	24	30	45

الحل (B)

يمكن لديما خلع الخواتم الثلاثة في إصبعها البنصر بطريقة واحدة.

لنرمز للخواتم الثلاثة من الأعلى A، الأوسط B، الأسفل C.

أما الخاتم في إصبعها الخنصر فيمكنها خلعه بأربع طرق (قبل A) ، (بين A,B) ، (بين B,C) ، (بعد C).

أما الخاتم في إصبعها الوسطى فيمكن خلعه بخمس طرق بالاعتماد على الأربع طرق لخاتم الخنصر وخواتم البنصر.

وبالتالي عدد الطرق هو $4\times5=20$ طريقة.

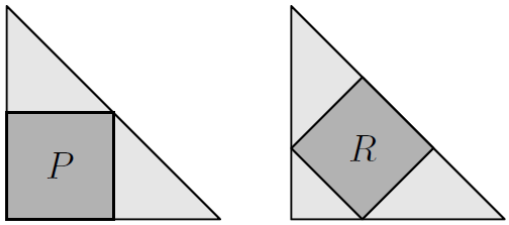
حل آخر: الثلاث خواتم في إصبعها البنصر يتم خلعهم بترتيب محدد: الأول ثم الثاني ثم الثالث، بينما الخاتمين في الخنصر والوسطى يمكن خلعهم بأي وقت. وبالتالي عدد الطرق هو $5!$ مقسومًا على $3!$ لإلغاء ترتيب خواتم البنصر.

وبالتالي عدد الطرق هو

$$\frac{5!}{3!}=5\times4=20$$ **طريقة**

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

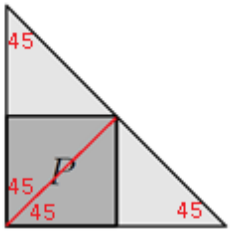
21– مثلثان قائما الزاوية ومتطابقا الساقين ومتطابقان، كل منهما مرسوم بداخله مربع كما هو موضح في الشكل. إذا كانت مساحة المربع P هي 45. فما مساحة المربع R؟

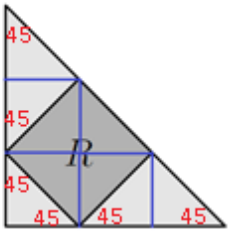


21. Two congruent isosceles right-angled triangles each have a square inscribed, as shown in the diagram. The square marked P has an area of 45. What is the area of the square marked R?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
35	40	45	50	60

الحل (B)





دعنا نقسم المربع P إلى قسمين متطابقين برسم قطر واحد بالأحمر كما بالشكل الأيسر المجاور. وبمراعاة أن كل من الزاويتين الحادتين في المثلث قياسها $45°$ (لأن المثلث قائم ومتطابق الضلعين)، ومن خواص المربع يمكننا استنتاج أن المثلث الكبير الأيسر سينقسم لأربعة مثلثات متطابقة أصغر، وبالتالي مساحة كل منها $\frac{45}{2}=22.5$.

إذن مساحة المثلث الأيسر الكبير تساوي $4\times22.5=90$.

وبالتالي مساحة المثلث الأيمن الكبير تساوي 90 أيضًا (لأنهما متطابقان).

الآن دعنا نقسم المربع R برسم قطريه إلى أربعة أقسام متطابقة، وبمراعاة الزوايا مرة أخرى وخواص المربع ، يمكننا استنتاج أن المثلث الكبير الأيمن سينقسم لتسعة مثلثات متطابقة أصغر بواسطة الخطوط الزرقاء المتعامدة،

ومساحة كل منها $\frac{90}{9}=10$. إذن مساحة المربع R تساوي $4\times10=40$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

5 point problems | **مسائل الخمس نقاط**

22– تشارك ثمانية فرق في بطولة لكرة القدم. أي فريق يواجه كل فريق من بقية الفرق مرة واحدة فقط. في كل مباراة يحصل الفائز على ثلاث نقاط، ولا يحصل الخاسر على أي نقطة، وفي حالة انتهاء المباراة بالتعادل يحصل كل فريق على نقطة واحدة. في نهاية البطولة كان مجموع النقاط التي حصل عليها جميع الفرق 61 نقطة. ما أكبر عدد من النقاط حصل عليه الفريق البطل؟

22. Eight teams participate in a football tournament. Each team plays against each other team exactly once. In each match, the winner gets 3 points and the loser does not get any points. If a match is drawn, each team gets 1 point. At the end of the tournament the total number of points obtained by all the teams is 61. What is the largest number of points that the champion team could have obtained?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
21	19	18	17	16

الحل هو (D)

لدينا ثمانية فرق سيلعب كل فريق سبع مباريات. إذن مجموع المباريات لكل الفرق $7\times 8=56$.

ولأن كل مباراة تم عدها مرتين (المباراة بين الفريقين A,B **تم عدها ضمن مباريات الفريق** A **، وضمن مباريات الفريق** B **)، إذن العدد الفعلي لكل المباريات هو** $28=\frac{7\times 8}{2}$ **مباراة.**

أقل مجموع من النقاط لكل الفرق يحدث عند انتهاء جميع المباريات بالتعادل (سيضاف إجمالًا نقطتان في كل مباراة للمجموع، نقطة لكل فريق من الفريقين طرفي المباراة، بدلًا من إضافة ثلاث نقاط لفريق في حالة فوزه على آخر).

وبالتالي أقل مجموع من النقاط لكل الفرق هو $2\times 28=56$ **نقطة.**

أي مباراة ستنتهي بالفوز بدلًا من التعادل تزيد العدد الكلي للنقاط بمقدار نقطة واحدة.

الآن عندما مجموع النقاط 61 نقطة يلزم أن تكون خمس مباريات بالضبط قد انتهت بالفوز (لأن $61-56=5$ **).**

(لاحظ لو انتهت 6 مباريات على الأقل بالفوز فستكون هناك 22 مباراة على الأكثر انتهت بالتعادل، ولن يقل العدد الكلي للنقاط عن $6\times 3+22\times 2=62$ **، ومن جهة أخرى لو انتهت 4 مباريات على الأكثر بالفوز فستكون هناك 24 مباراة على الأقل انتهت بالتعادل، ولن يزيد العدد الكلي للنقاط عن** $4\times 3+24\times 2=60$ **).**

حتى يكون الفريق البطل قد حصل على أكبر عدد ممكن من النقاط، لا بد أن يكون هو الفائز في المباريات الخمس التي انتهت بالفوز. أي أن أكبر عدد من النقاط حصل عليه الفريق البطل هو $5\times 3+2\times 1=15+2=17$ **نقطة.**

23– قامت مجموعة من القراصنة مكونة من قادة وبحارة ومساعدي بحارة بتقسيم 200 قطعة ذهبية و 600 قطعة فضية بينهم. تلقى كل قائد 5 عملات ذهبية و 10 فضية. حصل كل بحار على 3 عملات ذهبية و 8 فضية. تلقى كل مساعد بحار عملة ذهبية واحدة و 6 عملات فضية. ما عدد القراصنة في المجموعة؟

23. A group of pirates divided 200 gold coins and 600 silver coins between them. Each officer received 5 gold and 10 silver coins. Each sailor received 3 gold and 8 silver coins. Each cabin boy received 1 gold and 6 silver coins. How many pirates are there in the group?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
50	60	72	80	90

الحل (D)

نلاحظ أن عدد العملات الفضية التي يحصل عليها كل قائد أكبر من عدد عملاته الذهبية بمقدار خمس عملات حيث $10-5=5$.

كما نلاحظ أن عدد العملات الفضية التي يحصل عليها كل بحار أكبر من عدد عملاته الذهبية بمقدار خمس عملات حيث $8-3=5$.

كذلك عدد العملات الفضية التي يحصل عليها كل مساعد بحار أكبر من عدد عملاته الذهبية بمقدار خمس عملات حيث $6-1=5$.

لكن الفرق بين العدد الكلي للعملات الذهبية والعدد الكلي للعملات الفضية هو $600-200=400$ **عملة.**

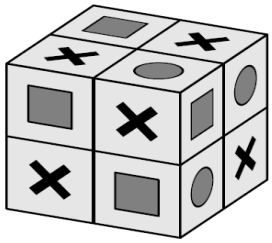
وبملاحظة أن كل 5 عملات فضية من ال 400 عملة الفضية التي تمثل ذلك الفرق ستذهب لقرصان واحد.

إذن عدد القراصنة يساوي $400\div5$ **أي 80 قرصانًا.**

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

5 point problems | **مسائل الخمس نقاط**

24– المربعات الموجودة على أوجه مكعب $2\times2\times2$ عليها شكل من ثلاثة أشكال إما دائرة أو مربع أو علامة X.
يوجد شكلان مختلفان على كل مربعين متجاورين. يظهر الشكل التالي أحد الحالات الممكنة. أي من مجموعات الأشكال التالية يمكن أن تتواجد على أوجه المكعب؟



24. The squares on the surface of a $2\times2\times2$ cube have one of three shapes on them. The shapes are either a circle or a square or an X sign. Any two squares that share a common side have different shapes on them. The picture shows one such possibility. Which of the following combinations of shapes is also possible on such a cube?

(A)	6 دوائر و 8 مربعات و الباقي علامات X	(A)	**6 circles, 8 squares and the rest are X's**
(B)	7 دوائر و 8 مربعات و الباقي علامات X	(B)	**7 circles, 8 squares and the rest are X's**
(C)	5 دوائر و 8 مربعات و الباقي علامات X	(C)	**5 circles, 8 squares and the rest are X's**
(D)	7 دوائر و 7 مربعات و الباقي علامات X	(D)	**7 circles, 7 squares and the rest are X's**
(E)	لا شيء مما سبق	(E)	none of the previous

الحل (E)

لدينا مكعب كبير له ستة أوجه في كل وجه يوجد أربعة أشكال.

عدد جميع الأشكال هو $4\times6=24$ شكلًا.

لدينا ثمانية رؤوس لهذا المكعب الكبير كل رأس عندها مكعب صغير له ثلاث أوجه ظاهرة لابد أن كل منها يحمل شكل مختلف كل مرة، وبالتالي يظهر كل شكل (سواء دائرة أو مربع أو علامة X) نفس العدد من المرات.

عدد مرات ظهور كل شكل يساوي $24\div3=8$ مرات.

هذا لا يتحقق في الخيارات A أو B أو C أو D.

5 point problems — مسائل الخمس نقاط

25– يتحدث سكان المدينة دائمًا عن طريق الأسئلة. يوجد نوعان من السكان "الإيجابيون" وهم الذين يطرحون دائمًا أسئلة تكون الإجابة عليها "نعم"، أما النوع الآخر "السلبيون" فهم الذين يطرحون دائمًا أسئلة تكون الإجابة عليها "لا".
قابلت أحمد وعمر، وسألني عمر "هل أنا وأحمد كلانا سلبي؟"
حدد لأي نوع من السكان ينتمي أحمد وعمر؟

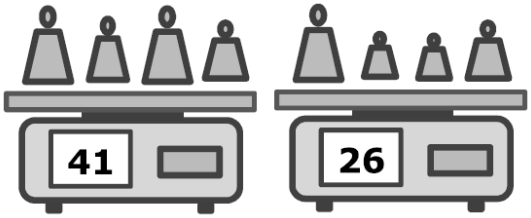
25. The inhabitants of a city always speak by means of questions. There are two types of inhabitants: the ”positives”, who always ask questions for which the answer is ”yes” and the ”negatives” who always ask questions for which the answer is ”no”. I met Ahmed and Omar, and Omar asked me ”Are Ahmed and I both negative?”.
What type of inhabitants are Ahmed and Omar?

(A)	كلاهما إيجابي	(A)	Both are positives
(B)	كلاهما سلبي	(B)	Both are negatives
(C)	أحمد إيجابي وعمر سلبي	(C)	Ahmed positive, Omar negative
(D)	أحمد سلبي وعمر إيجابي	(D)	Ahmed negative, Omar positive
(E)	لا توجد معلومات كافية	(E)	There are not enough information to decide

الحل (C)

بفرض أن عمر إيجابي. إذن إجابة أسئلته يجب أن تكون "نعم". لكن سؤاله "هل أنا وأحمد كلانا سلبي؟" يجب أن تكون إجابته "لا". تناقض.
إذن عمر سلبي، والإجابة على سؤال عمر هي "لا".
الآن نفرض أن أحمد سلبي. ولأن عمر سلبي كما وضحنا، فإن إجابة سؤال عمر "هل أنا وأحمد كلانا سلبي؟" ستكون في هذه الحالة "نعم".
وهذا يناقض أن إجابة أسئلة عمر هي "لا".
إذن أحمد إيجابي، ويكون (C) هو الخيار الصحيح.

26– لدى محل بقالة اثنا عشر من الأوزان الصحيحة المختلفة من $1\ kg$ إلى $12\ kg$. تم توزيعهم إلى ثلاث مجموعات كل منها يحتوي على أربعة أوزان. مجموع الأوزان في المجموعة الأولى $41\ kg$ ومجموع أوزان المجموعة الثانية $26\ kg$. أي الأوزان التالية سيكون في نفس المجموعة مع الوزن $9\ kg$؟



26. A grocer has twelve different integer weights from 1 kg to 12 kg. She splits them into three groups of four weights each. The total weight of the first group is 41 kg and of the second is 26 kg.
Which of the following weights is in the same group as the weight of 9 kg?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$3\ kg$	$5\ kg$	$7\ kg$	$8\ kg$	$10\ kg$

الحل (C)

لدينا اثنا عشر من الأوزان، المجموع الكلي لها يساوي $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12=78kg$.

مجموع أوزان المجموعة الثالثة هو $78-(41+26)=11kg$.

مجموع أصغر أربعة أوزان هو $1+2+3+4=10kg$.

ولكي يكون مجموع أوزان المجموعة الثالثة يساوي $11kg$**، لا توجد سوى حالة واحدة فقط وهي** $1+2+3+5=11kg$.

كذلك مجموع أكبر أربعة أوزان يساوي $9+10+11+12=42kg$.

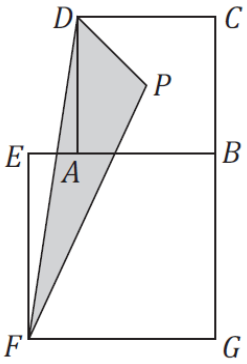
ولكي يكون مجموع أوزان المجموعة الأولى يساوي $41kg$**، لا توجد سوى حالة واحدة فقط وهي** $41kg=8+10+11+12$.

يتبقى لدينا أوزان المجموعة الثانية وهي $4+6+7+9=26kg$.

أي أن الوزن $7kg$ **سيكون في نفس المجموعة مع الوزن** $9kg$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

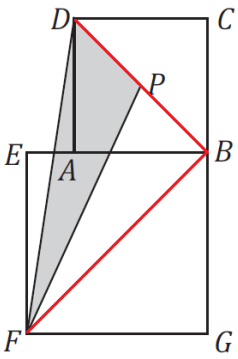
27– أطوال أقطار المربعين $ABCD$ و $EFGB$ تساوي $7\ cm$ و $10\ cm$ على الترتيب، النقطة P هي نقطة تقاطع قطري المربع $ABCD$. ما مساحة المثلث FPD ؟



27. The lengths of the diagonals of the squares $ABCD$ and $EFGB$ are $7\ cm$ and $10\ cm$ respectively. The point P is the intersection of the diagonals of the square $ABCD$. What is the area of the triangle FPD ?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$14.5\ cm^2$	$15\ cm^2$	$15.75\ cm^2$	$16.5\ cm^2$	$17.5\ cm^2$

الحل (E)



نصل القطرين $\overline{BD}, \overline{BF}$.

لدينا $\angle DBF = 45° + 45° = 90°$ (لأن قطر المربع ينصف زاويتي رأسي المربع الواصل بينهما). إذن المثلث DBF قائم الزاوية. مساحة المثلث DBF تساوي $\frac{1}{2} \times 7 \times 10 = 35 cm^2$.

بما أن النقطة P هي نقطة تقاطع قطري المربع $ABCD$،

إذن P منتصف $\overline{BD}$.

مساحة المثلث PBF تساوي $\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 10 = 17.5 cm^2$.

مساحة المثلث FPD تساوي $35 - 17.5 = 17.5 cm^2$.

(أو مساحة المثلث FPD = $\frac{1}{2}$ مساحة المثلث DBF).

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

28- N عدد صحيح موجب حاصل ضرب أرقام منازله يساوي 20 . أي مما يلي لا يمكن أن يكون حاصل ضرب أرقام منازل العدد $N+1$ ؟

28. The positive integer N is such that the product of its digits is 20 . Which of the following could not be the product of the digits of N + 1?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
40	30	25	35	24

الحل (D)

قواسم العدد 20 والتي تتكون من منزلة واحدة هي 1،2،4،5 .

أرقام منازل العدد N ستكون من بين الأرقام 1،2،4،5 ، وسيكون أحدها بالقطع هو رقم الآحاد للعدد N .

ومن ثم سيكون رقم آحاد العدد $N+1$ من بين الأرقام 2،3،5،6 ، بينما باقي أرقام منازله ستكون من بين 1،2،4،5 أيضًا (لأن العدد $N+1$ سيختلف عن العدد N في رقم الآحاد فقط، وسيكون لهما نفس الأرقام في باقي المنازل).

إذن الرقم 7 لن يظهر في منازل العدد $N+1$ ، وبالتالي مستحيل أن يكون حاصل ضرب أرقام منازله 35 .

إذن **D** هو الخيار الصحيح.

حل آخر: ربما يمكنك البحث عن قيم للعدد N تجعل حاصل ضرب أرقام منازل العدد $N+1$ تساوي قيم الخيارات الأخرى.

مثلًا: $N=541$ فإن $N+1=542$ يكون حاصل ضرب أرقام العدد $N+1$ هو 40 .

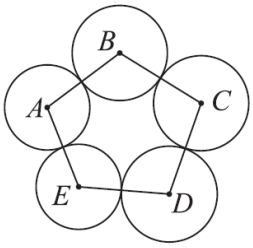
، $N=2512$ فإن $N+1=2513$ يكون حاصل ضرب أرقام العدد $N+1$ هو 30 .

، $N=54$ فإن $N+1=55$ يكون حاصل ضرب أرقام العدد $N+1$ هو 25 .

، $N=1225$ فإن $N+1=1226$ يكون حاصل ضرب أرقام العدد $N+1$ هو 24 .

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

29– في الشكل التالي خمس دوائر مراكزها هي النقاط A و B و C و D و E. تم توصيل مراكز الدوائر المتجاورة بقطع مستقيمة. $AB=16\ cm, BC=14\ cm, CD=17\ cm, DE=13\ cm, AE=14\ cm$. أي نقطة مما يلي هي مركز الدائرة ذات نصف القطر الأكبر؟



29. Five circles with centers A, B, C, D and E are arranged as shown in the diagram. Line segments are drawn to join the centers of adjacent circles. It is known that $AB=16\ cm, BC=14\ cm, CD=17\ cm, DE=13\ cm, AE=14\ cm$. Which point is the center of the circle with the largest radius ?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
A	B	C	D	E

الحل (A)

نفرض أن r_a, r_b, r_c, r_d, r_e هي أنصاف أقطار الدوائر A, B, C, D, E على الترتيب.

$$AB=16\ cm \Rightarrow r_a+r_b=16$$
$$BC=14\ cm \Rightarrow r_b+r_c=14$$
$$CD=17\ cm \Rightarrow r_c+r_d=17$$
$$DE=13\ cm \Rightarrow r_d+r_e=13$$
$$AE=14\ cm \Rightarrow r_e+r_a=14$$

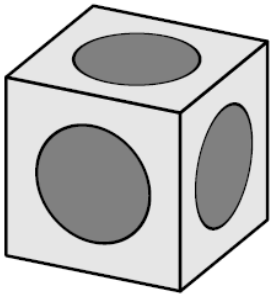
وبجمع المعادلات نجد أن

$$2\times(r_a+r_b+r_c+r_d+r_e)=74$$
$$r_a+r_b+r_c+r_d+r_e=37$$
$$(r_a+r_b)+(r_c+r_d)+r_e=37$$
$$16+17+r_e=37 \Rightarrow 33+r_e=37$$
$$r_e=4 \Rightarrow r_a=10 \Rightarrow r_b=6 \Rightarrow r_c=8 \Rightarrow r_d=9$$

أي أن مركز الدائرة ذات نصف القطر الأكبر هي A.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.

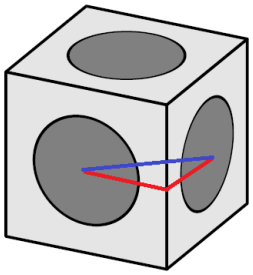
30– في الشكل التالي مكعب طول حرفه $2\ cm$. تم حفر حفرة في كل وجه من أوجه المكعب على شكل نصف كرة. كل الحفر متطابقة وتتمركز في وسط كل وجه من أوجه المكعب. كل حفرتين متجاورتين تلامسان بعضهما عند نقطة واحدة فقط. ما طول قطر كل حفرة؟



30. A hole in the shape of a hemisphere is carved into each face of a cube. The holes are identical and centered at the center of each face. The holes touch their neighbours at only one point. The cube has side 2. What is the diameter of each hole?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	$\sqrt{2}$	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$

الحل (C)

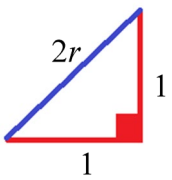


المثلث الموضح في الشكل هو مثلث قائم الزاوية رؤوسه هي مركزي حفرتين على وجهين متجاورين ونقطة منتصف الحرف المشترك بين الوجهين.

وبفرض أن طول نصف قطر كل حفرة هو r .

بما أن نقطة تلامس الحفرتين هي منتصف وتر هذا المثلث القائم الزاوية.

إذن طول الوتر هو $r+r=2r$ ، وبتطبيق نظرية فيثاغورس



$$(2r)^2 = 1^2 + 1^2$$
$$(2r)^2 = 2$$
$$2r = \sqrt{2}$$

طول قطر كل حفرة هو $\sqrt{2}$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي.