

الحلول الكاملة لكتيب ثاني وثالث ثانوي 2020

11-12 Student 2020

إخراج اللجنة العلمية

أ هادي غروي
أ سلمان البدراني
د عبد العزيز بن عبيد
أ وليد الجابري

إشراف

أ صفوت الطناني

3 points

مسائل الثلاث نقاط

1- ما مجموع رقمي خانتي الآحاد والعشرات لحاصل الضرب

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

1- What is the sum of the last two digits of the product

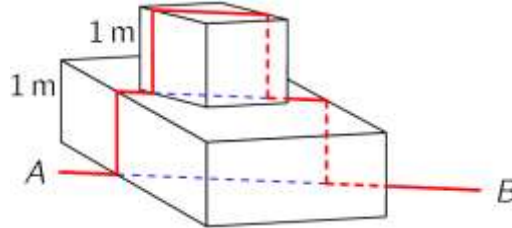
$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	4	6	8	16

الحل: D

بملاحظة أن $2 \times 5 = 10$ من ضمن عوامل العدد. إذن رقم آحاد حاصل الضرب المطلوب هو 0.
الآن نستبعد العددين 2 و 5، ويصبح رقم عشرات ناتج الضرب الأصلي هو رقم آحاد ناتج الضرب
 $3 \times 4 \times 4 \times 3 \times 2$ وهو 8 (لاحظ تغاضينا عن الواحد في الضرب مرتين لأنه محايد ضربي).
ومنها مجموع رقمي الآحاد والعشرات لحاصل الضرب هو $8 + 0 = 8$.

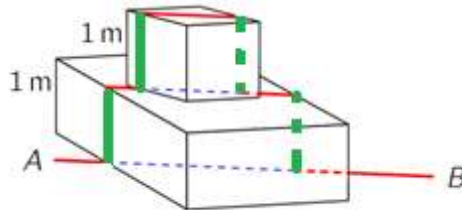
2- تمشي نملة كل يوم في مسار على خط مستقيم من النقطة A الى النقطة B طوله 5 متر. في أحد الأيام تم وضع عقبتين في مسار النملة ارتفاع كل منهما متر واحد. عندما تمشي النملة في مسارها المعتاد ستضطر أن تتجاوز العقبتين صعوداً وهبوطاً كما في الشكل. كم طول المسار الجديد بالمتراً؟



2- An ant walked every day on a straight horizontal line path from A to B, which are 5 m apart. One day humans placed on its path two strange obstacles of height 1 m each. Now the ant walks along or above the same straight line except that it now has to climb up and down vertically over both the two obstacles, as in the picture. In meters, how long is its path now?

(A) 7	(B) 9	(C) $5 + 4\sqrt{2}$	(D) $9 - 2\sqrt{2}$
(E)	طول المسار يعتمد على زاوية وضع العقبتين مع المسار the length depends on the angles the obstacles are situated along the path		

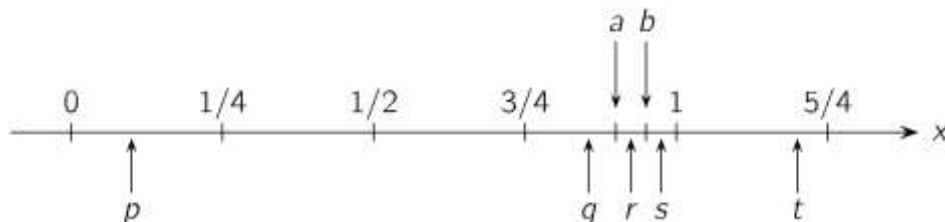
الحل: B



نلاحظ أن مجموع المسافات الأفقية في المسار الجديد تساوي المسافة الأصلية من A إلى B وهي 5 م. كما نلاحظ أن الزيادة في طول المسار الجديد هو مجموع المسافات الرأسية الملونة بالأخضر في الشكل الموضح (مسافات الصعود والنزول) والذي يساوي 4 م.

إذن طول المسار الجديد $9 = 5 + 4$ مترًا.

3- قامت رنا بتحديد النقطتين a, b على خط الأعداد. أي من النقط p, q, r, s, t الموضحة على خط الأعداد تعتبر أفضل تمثيل لحاصل الضرب ab ؟



3- Rana marked as accurately as possible two points a and b on the number line. Which of the points p, q, r, s, t on the number line best represents their product ab ?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
p	q	r	s	t

الحل: B

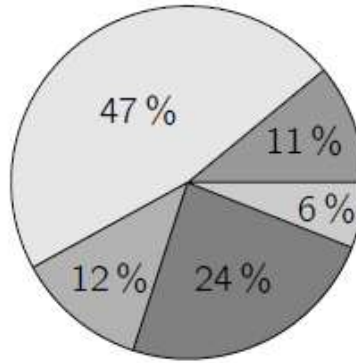
من الرسم يتضح أن ab عدداً موجبان أقل من 1، وبالتالي حاصل ضربهما أقل من 1.
بما أن $b < 1$ ، بضرب الطرفين في a الموجب نحصل على $ab < a$ ، ومن ثم نستبعد أن تمثل ab النقاط r, s, t لأن كل منها أكبر من 1.

تبقى النقطتان p, q ، وبملاحظة أن كلا من $a > \frac{1}{2}$ و $b > \frac{1}{2}$.

إذن $ab > \frac{1}{4}$ ، وبالتالي نستبعد p لأن $p < \frac{1}{4}$.

إذن النقطة q هي أفضل تمثيل للعدد ab .

4- يبين التمثيل الدائري نسب طلاب المدرسة حسب وسيلة النقل المستخدمة للوصول للمدرسة. عدد الطلاب الذين يستخدمون الدراجة يساوي تقريباً ضعف عدد الطلاب الذين يستخدمون الحافلة المدرسية، وعدد الطلاب الذين يستخدمون السيارة يساوي تقريباً عدد الذين يأتون مشياً على الأقدام. والبقية يستخدمون الدراجة النارية. ما نسبة الطلاب الذين يستخدمون الدراجة النارية؟



4- The pie chart shows how the students of my school get to school. Approximately twice as many go by bike as use public transport and roughly the same number come by car as walk. The rest use a moped. What percentage use a moped?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
6%	11%	12%	24%	47%

الحل: A

من التمثيل المعطى لدينا النسب 47%, 24%, 12%, 11%, 6%.

بما أن عدد الطلاب الذين يركبون السيارة يساوي تقريباً عدد الذين يأتون مشياً على الأقدام،

إذن نسبة مستخدمي السيارة ونسبة المشاة هما 12%, 11%.

بما أن عدد الذين يستخدمون الدراجة يساوي تقريباً ضعف عدد الطلاب الذين يستخدمون الحافلة،

إذن نسبة مستخدمي الدراجة 47% ونسبة مستخدمي الحافلة 24%.

إذن نسبة مستخدمي الدراجة النارية هي 6%.

5- مجموع خمسة أعداد كل منها يتكون من ثلاث خانات يساوي 2664 كما يظهر أدناه.
ما قيمة $A + B + C + D + E$ ؟

$$\begin{array}{r} ABC \\ BCD \\ CDE \\ + DEA \\ EAB \\ \hline 2664 \end{array}$$

5- The sum of five three-digit numbers is 2664 as shown on the board. What is the value of $A + B + C + D + E$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	14	24	34	44

الحل: C

نلاحظ أن مجموع الأرقام في المنازل الثلاثة للأعداد هو $A + B + C + D + E$.
نبدأ الآن بجمع أرقام منازل الآحاد وهي $A + B + C + D + E$ ، سيكون الناتج عدد مكون من خانيتين على الأكثر (الناتج لن يزيد عن 45). رقم آحاد الناتج يساوي 4، وسيتم حمل رقم العشرات لإضافته على مجموع أرقام منازل العشرات في الأعداد الأصلية. ولكن مجموع أرقام منازل العشرات في الأعداد الأصلية هو $A + B + C + D + E$ ، وآحاد ناتجه كما علمنا 4، وحتى يصبح 6 إذن العدد المحمول هو 2. ومن ثم:

$$A + B + C + D + E = 24$$

(للتأكد نحسب مجموع أرقام منازل المئات هو $A + B + C + D + E = 24$ ، وتم حمل 2 مرة أخرى من مجموع منازل العشرات فيصبح المجموع 26، وهو موجود بالفعل في ناتج الجمع. إذن استنتاجنا صحيح.)

6- ما قيمة المقدار $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$ ؟ 6- What is the value of $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$?				
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2020	3030	4040	6060	7070

الحل: E

لدينا

$$\begin{aligned}
 & \frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020} \\
 &= \frac{1010^2 + (2 \cdot 1010)^2 + (3 \cdot 1010)^2}{2 \cdot 1010} \\
 &= \frac{1010^2 + 4 \cdot 1010^2 + 9 \cdot 1010^2}{2 \cdot 1010} \\
 &= \frac{14 \cdot 1010^2}{2 \cdot 1010} = 7 \cdot 1010 = 7070
 \end{aligned}$$

7- لتكن a, b, c ثلاثة أعداد صحيحة تحقق أن $1 \leq a \leq b \leq c$ و $abc = 1000000$.

ما أكبر قيمة ممكنة للعدد b ؟

7- Let a, b, c be integers satisfying $1 \leq a \leq b \leq c$ and $abc = 1000000$. What is the largest possible value of b ?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
100	250	500	1000	2000

الحل: D

سنجرب قيم الخيارات، ونبدأ بالقيمة الكبرى وهي 2000 ثم التي تليها وهي 1000 وهكذا. أكبر قيمة تعمل هي المطلوبة.

• عندما $b = 2000$. إذن $ac = 1000000 \div 2000 = 500$. ستكون أكبر قيمة للعدد c هي 500 وقيمة a هي 1. وذلك يناقض $b \leq c$. الحالة مرفوضة.

• عندما $b = 1000$. إذن $ac = 1000000 \div 1000 = 1000$. ستكون أكبر قيمة للعدد c هي 1000 وقيمة a هي 1. وذلك يتفق مع $b \leq c$. الحالة مقبولة.

8- إذا علمت أن وزن D كلب يساوي K كيلو وأن وزن E فيل يساوي وزن M كلب. كم كيلو يزن الفيل الواحد؟

8- If D dogs weigh K kilos and E elephants weigh the same as M dogs, how many kilos does one elephant weigh?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$DKEM$	$\frac{DK}{EM}$	$\frac{KE}{DM}$	$\frac{KM}{DE}$	$\frac{DM}{KE}$

الحل: D

وزن الكلب الواحد يساوي $\frac{K}{D}$ كيلو.

إذن وزن M كلب يساوي $\frac{MK}{D}$ كيلو وهو نفسه وزن E فيل.

إذن وزن الفيل الواحد يساوي $\frac{KM}{DE}$ كيلو.

9- لدينا مكعبا نرد. كل منهما له وجهان لونهما أحمر ووجهان لونهما أزرق ووجهان لونهما أبيض. تم رمي المكعبين معًا. ما احتمال أن يظهر وجهان من نفس اللون؟

9- There are two dice. Each one has two red faces, two blue faces and two white faces. If we roll both dice together, what is the probability that both show the same color?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$

الحل: E

عند رمي المكعبين وظهور أحد الألوان على أحدهما، بالنسبة للمكعب الثاني هناك 3 ألوان ممكن أن تظهر عليه هي نفس الألوان التي يمتلكها الأول.
إذن احتمال ظهور نفس اللون الذي على المكعب الأول هو $\frac{1}{3}$.

10- أي من الأعداد التالية لا يقبل القسمة على 3 لكل قيم n الصحيحة؟				
10- Which of the following numbers is not divisible by 3 for any integer n ?				
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$5n + 1$	n^2	$n(n + 1)$	$6n - 1$	$n^3 - 2$

الحل: D

العدد $6n - 1$ لا يقبل القسمة على 3 لأي قيمة صحيحة للعدد n لأن العدد $6n$ دائماً يقبل القسمة على 3 ولكن العدد -1 لا يقبل على 3.

حل آخر: ندرس باقي الأعداد في الخيارات:

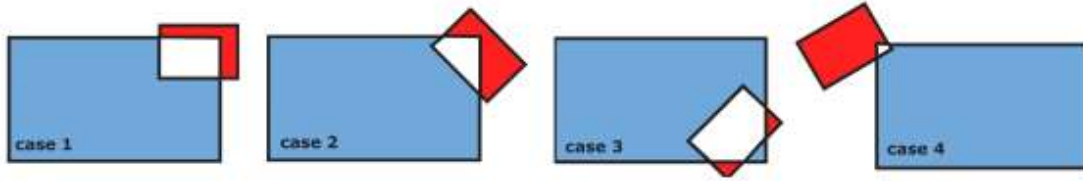
- (A) العدد $5n + 1$ عندما $n = 1$ يصبح يساوي $5(1) + 1 = 6$ يقبل القسمة على 3.
- (B) العدد n^2 عندما $n = 3$ يصبح $3^2 = 9$ يقبل القسمة على 3.
- (C) العدد $n(n + 1)$ عندما $n = 3$ يصبح $3(3 + 1) = 12$ يقبل القسمة على 3.
- (E) العدد $n^3 - 2$ عندما $n = 2$ يصبح $2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$ يقبل القسمة على 3 عندما $n = 2$.

إذن الخيار الصحيح هو D.

4 points

مسائل الأربع نقاط

11- تم وضع مستطيل أزرق ومستطيل أحمر بشكل متداخل. الشكل أدناه يظهر أربعة أوضاع مختلفة. إذا كانت B هي مساحة المنطقة من المستطيل الأزرق الغير مشتركة مع المستطيل الأحمر و R هي مساحة المنطقة من المستطيل الأحمر الغير مشتركة مع المستطيل الأزرق. أي من العبارات التالية صحيحة حول قيمة المقدار $B - R$ ؟



11- A blue rectangle and a red rectangle are overlapping. The figure shows 4 different such cases. We denote by B the area of the part of the blue rectangle that is not common to the two rectangles, and we denote by R the area of the red rectangle that is not common to the two. Which of the following statements is true about the quantity $B-R$?

(A)	قيمة $B - R$ في الحالة الأولى أكبر من أي حالة أخرى In case 1 the quantity $B-R$ is larger than in the other cases
(B)	قيمة $B - R$ في الحالة الثانية أكبر من أي حالة أخرى In case 2 the quantity $B-R$ is larger than in the other cases
(C)	قيمة $B - R$ في الحالة الثالثة أكبر من أي حالة أخرى In case 3 the quantity $B-R$ is larger than in the other cases
(D)	قيمة $B - R$ في الحالة الرابعة أكبر من أي حالة أخرى In case 4 the quantity $B-R$ is larger than in the other cases
(E)	قيم $B - R$ متساوية في جميع الحالات The quantity $B-R$ is the same in all cases

الحل: E

بفرض أن مساحة المنطقة المشتركة بين المستطيلين ذات اللون الأبيض W .
من الواضح أن مساحة المربع الكبير هي $B + W$ و مساحة المربع الصغير هي $R + W$ وهما ثابتتان.
وبالتالي الفرق بينهما ثابت، بمعنى أن الكمية $(B + W) - (R + W) = B - R$ ثابتة.
وبالتالي الكمية $B - R$ متساوية في كل الحالات.

12- خمس عملات معدنية لكل منها وجهان أحدهما صورة والآخر كتابة. تم وضعها على طاولة بحيث الصور للأعلى. في كل خطوة، سنقلب ثلاث عملات (ليست بالضرورة متجاورة). كم أقل عدد من الخطوات نحتاجها لنجعل الأوجه العلوية الظاهرة كلها كتابة؟

12- Five coins are lying on a table with the "heads" side up. At each step you must turn over exactly three of the coins (not necessarily adjacent). What is the least number of steps required to have all the coins have their "tails" side up?

(A) 2	(B) 3	(C) 4	(D) 5
(E)	لا يمكن الحصول على جميع الأوجه العلوية كتابة It's not possible to have all the coins with their "tails" side up.		

الحل: B

لنرمز للصورة بالحرف H ، والكتابة بحرف T . في البداية لدينا $HHHHH$ (لاحظ الترتيب في كل الحالات غير مهم).

• سنثبت أن خطوتين لا تكفي لتحقيق المطلوب كالتالي:

في الخطوة الأولى لا نملك إلا قلب ثلاث عملات أوجهها العلوية صور فنتحول إلى كتابات ويصبح لدينا $TTTHH$.

في الخطوة الثانية لو تركنا أيًا من العملتين ذواتا الصور دون قلب فلن يكون الناتج على الصورة $TTTTT$ ، إذن

يجب قلب العملتين ذواتا الصور وسنضطر لقلب عملة ذات كتابة ويكون الناتج $TTHTT$ وهو خلاف المطلوب.

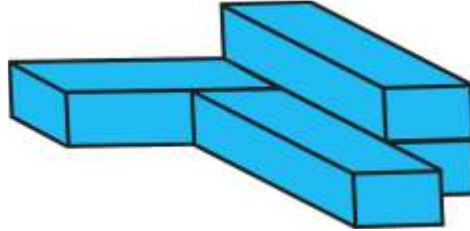
وبالتالي خطوتان لا تكفي لتحقيق المطلوب.

• 3 خطوات تكفي لتحقيق المطلوب كما سنوضح، تم وضع خط تحت العملة التي سيتم قلبها في الخطوة التالية:

البداية $HHHHH$ بعد الخطوة الأولى نجعلها $TTTHH$ ، بعد الخطوة الثانية نجعلها $T\text{HHHT}$ ، بعد الخطوة الثالثة

نجعلها $TTTTT$ وهو المطلوب.

13- تم لصق أربعة صناديق متماثلة معًا لصنع الشكل الموضح أدناه. نحتاج لترًا واحدًا من الصبغة لطلاء جميع الأوجه الخارجية لصندوق واحد فقط. كم لترًا من الصبغة نحتاج لطلاء الأوجه الخارجية للشكل أدناه؟

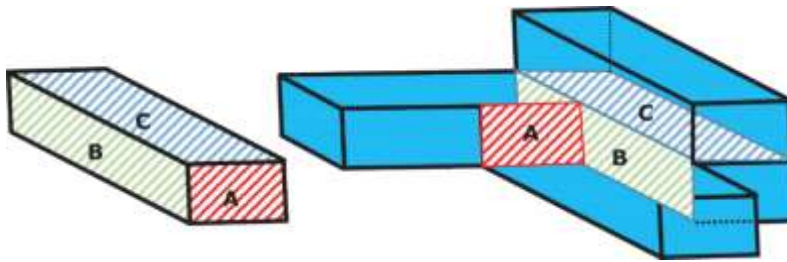


13- Four identical boxes are glued together to make the shape shown in the picture. If you require 1 liter of paint to paint the outside of one such box, how many liters of paint are required to paint the outside of the glued construction?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2.5	3	3.25	3.5	4

الحل: B

لنرمز لمساحات الأوجه الثلاثة المختلفة في الصندوق الواحد بـ A, B, C كما موضح في الشكل الأيسر. لتر واحد من الصبغة يكفي لطلاء المساحة الخارجية لصندوق واحد منفرد وهي $2(A + B + C)$.



لو كانت الصناديق متباعدة سنحتاج 4 لتر لصبغتها، ولكن بسبب التداخل فإن الأوجه المتلاصقة بين

الصناديق لا تحتاج صبغة ومجموع مساحتها هي $2(A + B + C)$ كما موضح بالشكل الأيمن، بالتالي يمكننا توفير لتر من الصبغة. إذن نحتاج لطلاء الأوجه الخارجية للشكل ككل $4 - 1 = 3$ لترًا.

14- لتكن a, b, c ثلاثة أعداد صحيحة. أي مما يلي لا يساوي

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$$

14- Let a, b and c be integers. Which of the following is certainly NOT equal to $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	1	2	6	8

الحل: B

لندرس الخيارات

• (A) يمكن أن يساوي المقدار $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ العدد صفر في حالة

$$a = b = c = 0$$

(التساوي متحقق عمومًا عندما a, b, c أعداد متساوية).

• (C) يمكن أن يساوي المقدار $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ العدد 2 في حالة

$$a = b = 0, c = 1$$

(التساوي متحقق عمومًا عندما $a = b, c = a + 1$).

• (D) يمكن أن يساوي المقدار $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ العدد 6 في حالة

$$a = 0, b = -1, c = 1 \text{ (التساوي متحقق عمومًا عندما } b = a - 1, c = a + 1 \text{)}$$

• (E) يمكن أن يساوي المقدار $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ العدد 8 في حالة

$$a = b = 0, c = 2$$

(التساوي متحقق عمومًا عندما $a = b, c = a + 2$).

إذن الحل هو B.

حل آخر:

سنثبت استحالة أن يساوي المقدار $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ العدد 1 عندما a, b, c أعداد

صحيحة. بفرض $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 1$ ، ولكن لا يتحقق ذلك إلا عندما مربعان

يساويان صفر والمربع الثالث يساوي 1.

بدون فقدان العمومية ليكن $(a-b)^2 = 1, (b-c)^2 = 0, (c-a)^2 = 0$.

الآن من $(b-c)^2 = 0$ يقتضي أن $b = c$ ، وبالمثل $(c-a)^2 = 0$ يقتضي $c = a$.

وهذا يقتضي $a = b = c$ ، وهذا يناقض أن $(a-b)^2 = 1$ (لأن $(a-b)^2 = 0$ عندما $a = b$).

إذن حالة التساوي غير ممكنة.

15- 2,9 هما رقما أول خانتين (بدءًا من اليسار) من عدد يتكون من 100 خانة. كم عدد خانات العدد الناتج من تربيع هذا العدد؟



15- The first two digits of a 100-digit integer are 2 and 9. How many digits does the square of this number have?

(A) 101	(B) 199	(C) 200	(D) 201
(E)	لا يمكن التحديد It cannot be determined		

الحل: B

ليكن العدد المكون من 100 خانة المعطى هو A . ولأن رقم الخانة أقصى اليسار 2 إذن

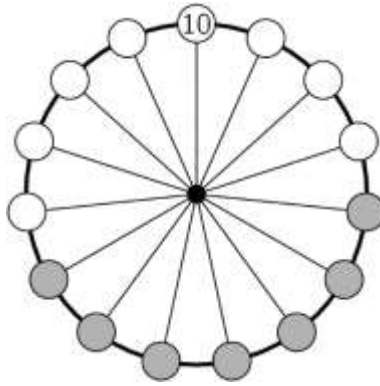
$$2 \times 10^{99} < A < 3 \times 10^{99}$$

بالتالي

$$4 \times 10^{198} < A^2 < 9 \times 10^{198}$$

وهذا يعني أن العدد A^2 مكون من 199 خانة.

16- تم كتابة 15 عدداً في الأماكن الخمسة عشر على العجلة كما في الشكل أدناه. يظهر أحد هذه الأعداد وهو العدد 10 في الأعلى. مجموع الأعداد في كل 7 أماكن متتالية (مثل الأماكن المظلمة في الصورة) متساوي في كل الحالات. كم عدداً من الأعداد 75, 216, 365, 2020 يمكن أن يكون مجموع الأعداد الخمسة عشر؟



16- We have 15 numbers placed on a wheel. Only one of the numbers is visible (a 10 at the top). The sum of the numbers in any 7 consecutive positions on the wheel (such as the grey ones) is the same in all cases. If we add all 15 numbers, exactly how many of the numbers 75, 216, 365, or 2020 are possible totals?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	1	2	3	4

الحل: A

لتكن الأعداد على العجلة هي $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{15}$ حيث $A_1 = 10$. سنثبت أن جميع الأعداد على العجلة متساوية.

من الخاصية المعطاة نجد:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 = A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$$

ومن هنا نستنتج أن $A_1 = A_8$.

أيضاً لدينا

$$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 = A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9$$

ومن هنا نستنتج أن $A_2 = A_9$.

وهكذا نلاحظ أننا لو بدأنا من أي عدد وقفزنا 7 قفزات متتالية في نفس الجهة نذهب في كل قفزة من دائرة للدائرة المجاورة لها مباشرة فإن العدد الذي نصل إليه بعد القفزة السابعة يساوي العدد الذي بدأنا القفز منه.

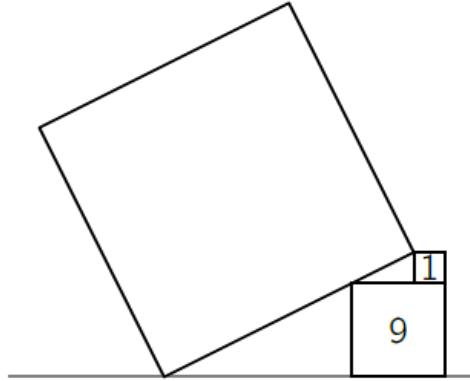
ومن ثم نستنتج أن:

$$A_1 = A_8 = A_{15} = A_7 = A_{14} = A_6 = A_{13} = A_5 = A_{12} = A_4 = A_{11} = A_3 = A_{10} = A_2 = A_9 = 10$$

وبالتالي الأعداد جميعها متساوية، ومجموعها يساوي $10 \times 15 = 150$.

وبالتالي كل من الأعداد 75, 216, 365, 2020 لا يمكن أن يكون قيمة لمجموع أعداد العجلة.

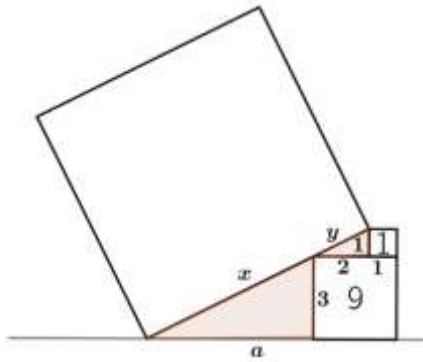
17- تم وضع مربع على مربعين آخرين كما في الشكل. الأعداد على المربعين الصغيرين تمثل مساحة كل منهما. ما مساحة المربع الكبير؟



17- A square is put on two other squares as shown in the picture. The numbers on the small squares show the area of the squares. What is the area of the big square?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
49	80	81	82	100

الحل: B



بفرض بعض الأطوال كما موضح بالشكل.

لدينا مساحة المربع الصغير 1 وبالتالي طول ضلعه يساوي 1،

ومساحة المربع الأوسط 9 وبالتالي طول ضلعه يساوي 3.

الآن في الشكل الموضح لدينا مثلثان قائمي الزاوية متشابهان،

لأن زاويتيهما المتناظرة متطابقة. إذن $\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$ ومنها $x = 3y$ ،

ومنها طول المربع الكبير يساوي $4y$. بتطبيق فيثاغورس على المثلث القائم الصغير نجد

$y^2 = 1^2 + 2^2 = 5$. إذن مساحة المربع الكبير تساوي $(4y)^2 = 16y^2 = 16(5) = 80$.

18- المتتابعة f_n معرفة كالتالي: $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ و $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ لكل $n \geq 1$.

كم حدًا من الحدود الـ 2020 الأولى يكون عدداً زوجياً؟

18- The sequence f_n is given by $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ and $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ for $n \geq 1$. How many of the first 2020 elements of the sequence are even?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
673	674	1010	1011	1347

الحل: A

في محاولة البحث عن نمط، نوجد أول ستة حدود.

$$f_1 = 1 , f_2 = 3 , f_3 = 4 , f_4 = 7 , f_5 = 11 , f_6 = 18$$

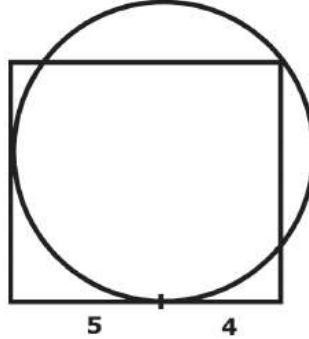
نلاحظ أن لو قسمنا الحدود ثلاثيات كالتالي $(f_1, f_2, f_3), (f_4, f_5, f_6), \dots$ سنجد أول حدين فرديين والأخير زوجي.

وبما أن $2020 = 3 \cdot 673 + 1$. إذن يمكننا تقسيم الحدود إلى 673 ثلاثيًا بالإضافة إلى حد سيكون الأول في ثلاثي لم يكتمل فسيكون فردي.

ولأن كل ثلاثي سيكون به حد زوجي واحد فقط.

إذن عدد الحدود الزوجية يساوي عدد 673.

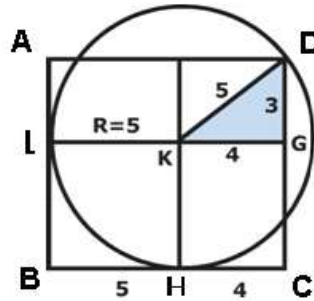
19- تمس دائرة ضلعين من أضلاع مستطيل وتمر في أحد رؤوسه كما بالشكل أدناه. أحد نقط التماس تبعد 5 عن أحد الرؤوس و 4 عن الرأس المجاور له. ما هي مساحة المستطيل؟



19- We are given a rectangle and a circle that touches two of the sides of the rectangle and passes through a vertex, as shown. One of the touching points is at a distance 5 and 4 from the adjacent vertices of the rectangle. What is the area of the rectangle?

(A) 27π	(B) 25π	(C) 72	(D) 63
(E)	ليس مما سبق none of the previous		

الحل: C



لنرمز لرؤوس المستطيل المعطى A, B, C, D كما بالرسم، K مركز الدائرة، L, H نقطتي تماس الدائرة مع ضلعي المربع، ليكن LK يقطع CD في G ، ليكن طول نصف قطر الدائرة R .

بما أن المماس لدائرة عمودي على نصف قطر تلك الدائرة المار بنقطة التماس،

$$\text{إذن } HK \perp BC, KL \perp AB.$$

الآن الشكل $LKHB$ أصبح مستطيلاً (به 3 زوايا قوائم، ومن ثم الزاوية الرابعة قائمة)،

علاوة على ذلك فيه ضلعان متجاوران متطابقان $HK = LK = R$.

إذن الشكل $LKHB$ مربع طول ضلعه 5.

ثم بالنظر للرباعي $KGCH$ نجد أنه مستطيل (زواياه قوائم)،

$$\text{بالتالي } KG = HC = 4, \text{ وكذلك } CG = HK = 5.$$

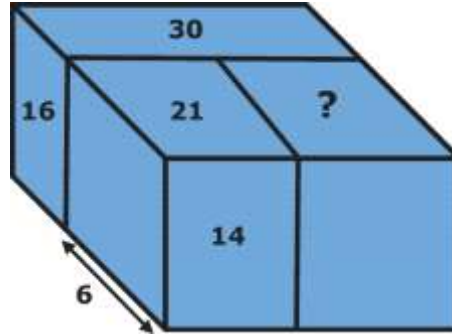
ثم من المثلث KGD القائم في G : فيه $KD = R = 5$ ، $KG = 4$ ،

من نظرية فيثاغورس نجد: $DG^2 = 5^2 - 4^2 = 9$ ، وبالتالي $DG = 3$.

أخيراً المستطيل $ABCD$ فيه $BC = 5 + 4 = 9$ و $DC = 3 + 5 = 8$.

وبالتالي مساحته تساوي حاصل ضرب الطول والعرض تساوي $9 \times 8 = 72$.

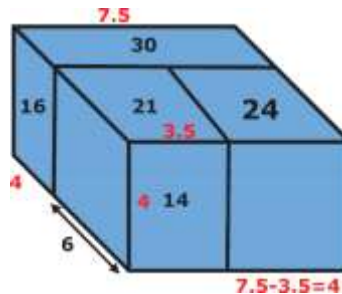
٢٠- تم ترتيب ثلاث متوازيات مستطيلات لتكوين متوازي مستطيلات كبير. عرض أحدهم 6 ومساحة بعض الأوجه تساوي 30 , 21 , 16 , 14 كما في الشكل أدناه. كم مساحة الوجه الذي يحمل علامة "?" ؟



20- Three cuboids are arranged to make a larger cuboid as in the figure. The width of one of them is 6 and the areas of some of their faces are 14, 21, 16, 30, as shown. What is the area of the face with the question mark "?"?

(A) 18	(B) 24	(C) 28	(D) 30
(E)	لا يمكن التحديد cannot be determined		

الحل: B



نبدأ من الوجه الذي مساحته 21 وطوله 6 وبالتالي عرضه $21 \div 6 = 3.5$ (تم كتابته بالأحمر على الشكل الموضح).

أصبح الآن الوجه الذي مساحته 14 معلوم عرضه 3.5 وبالتالي طوله يساوي $4 = 14 \div 3.5$ (تم كتابته بالأحمر على الشكل الموضح).

يمكننا الآن الذهاب للوجه الذي مساحته 16، أصبح طوله معلوم يساوي 4، وبالتالي عرضه يساوي $4 = 16 \div 4$ (تم كتابته بالأحمر على الشكل الموضح).

نذهب الآن للوجه الذي مساحته 30، علمنا أن عرضه 4، وبالتالي طوله يساوي $7.5 = 30 \div 4$ (تم كتابته بالأحمر على الشكل الموضح).

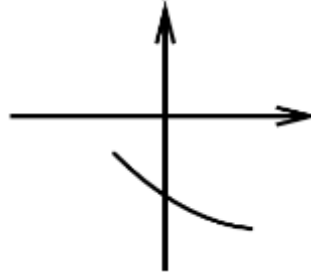
أخيراً نأتي للوجه المشار لمساحته بعلامة استفهام. لدينا طوله يساوي 6، وعرضه يساوي

$$4 = 7.5 - 3.5. \text{ وبالتالي مساحته تساوي } 24 = 6 \times 4.$$

5 points

مسائل الخمس نقاط

21- في الشكل التالي جزء من منحنى دالة تربيعية (قطع مكافئ) معادلته $y = ax^2 + bx + c$. أي من الأعداد التالية موجب؟



21- The figure shows a section of quadratic function curve (parabola) with equation $y = ax^2 + bx + c$. Which of the following numbers is positive?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
c	$b + c$	ac	bc	ab

الحل: D

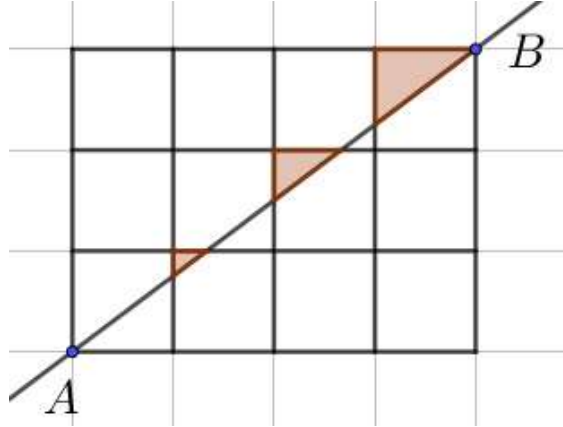
من المعادلة، محور القطع يوازي المحور الصادي، ومن التمثيل البياني للقطع فإن فتحته للأعلى، وبالتالي a عدد موجب.

من المعادلة المعطاة، منحنى الدالة يمر بالنقطة $(0, c)$ ومن التمثيل البياني لمنحنى القطع c عدد سالب.

من التمثيل الإحداثي السيني لرأس القطع موجب وهو $-\frac{b}{2a}$ ، ومنها العدد b سالب لأن a عدد موجب.

الخلاصة: a موجب، b سالب، c سالب، إذن العدد الموجب هو bc .

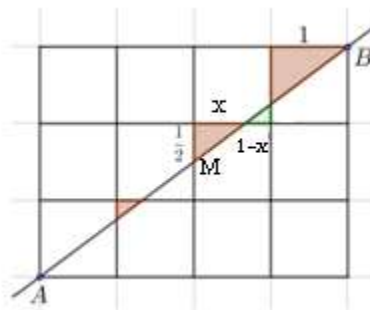
22- رسم الكنغر الصغير خطاً مستقيماً على شبكة مربعات يمر بالنقطتين الشبكيتين A, B ، ثم لون ثلاثة مثلثات كما بالشكل. أي النسب التالية هي النسبة بين مساحات هذه المثلثات؟



22- On a square grid paper, a little kangaroo draws a line passing through the points A and B of the grid and colours in three triangles as shown. Which of the following could be the ratio of the areas of the triangles?

(A) 1 : 2 : 3	(B) 1 : 2 : 4	(C) 2 : 4 : 9	(D) 1 : 4 : 8
(E)	لا يوجد خيار صحيح فيما سبق None of the previous is correct		

الحل: E



بفرض طول ضلع مربع الشبكة 1، بفرض بعض الأطوال كما على الشكل الموضح،

لتكن M نقطة تقاطع AB مع المستقيم الرأسى الثالث.

نلاحظ أن M ستكون مركز تماثل المستطيل الكبير.

بالنظر للمثلثين الأخضر والوردي الصغير نجدهما متطابقين من التماثل حول M .

المثلثات الأربعة (الثلاثة الوردية والأخضر) متشابهة (من تطابق الزوايا المتناظرة في كل منهم)،

علاوة على ذلك كل منهم يشابه مثلث قائم طولاً ضلعي القائمة 3 و 4،

بالتالي النسبة بين طولي ضلعي القائمة في أي من المثلثات الأربعة كنسبة 3 : 4 .

سنستخدم النظرية: " النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع نسبة تشابههما".

لذا سنكتفي بحساب أطوال أضلاع متناظرة في المثلثات الثلاثة ولتكن الأفقية.

في المثلث الوردي الكبير لدينا: طول الضلع الأفقي يساوي 1.

في المثلث الوردي الأوسط، سيكون طول أحد ضلعي القائمة $\frac{1}{2}$ (من التماثل حول M)، وبالتالي:

$$\frac{\frac{1}{2}}{x} = \frac{3}{4} ، ومنها x = \frac{2}{3} ، ومنها طول الضلع الأفقي يساوي \frac{2}{3} .$$

في المثلث الأخضر طول الضلع الأفقي يساوي $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

في المثلث الوردي الصغير سيكون طول الضلع الأفقي يساوي $\frac{1}{3}$ (لتطابقه مع المثلث الأخضر).

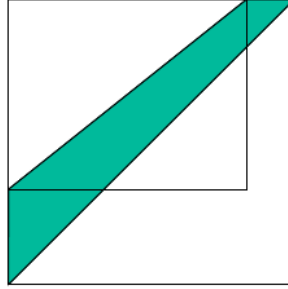
إذن النسبة بين أطوال أضلاع المثلثات الوردية الثلاثة المتناظرة مرتبة تصاعدياً هي $1 : \frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ ،

للتبسيط نضرب حد كل نسبة في 3 لتتحول النسبة إلى 3 : 2 : 1.

أخيراً النسبة بين مساحات المثلثات الوردية الثلاثة مرتبة تصاعدياً هي:

$$1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9 .$$

23- مزرعة مستطيلة الشكل. تم زيادة طول المزرعة بنسبة 20% وزيادة عرضها بنسبة 50% فأصبحت المزرعة مربعة كما بالشكل أدناه. إذا كانت مساحة المنطقة المظلمة بين القطرين تساوي 30 متر مربع، فكم مساحة المزرعة الأصلية بالمتري المربع؟



23- The length of one of the sides of a rectangular garden is enlarged by 20% and the other one is enlarged by 50% so that it has become a square garden as shown in the picture. If the shaded area between the two diagonals is 30 m^2 , what was the area of the original garden?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
60	65	70	75	80

الحل: D

لنفرض أن طول المستطيل الأصلي x وعرضه y ، وبالتالي مساحته تساوي xy .

طول المستطيل الكبير يساوي $\frac{6}{5}x = 120\%x$ ، عرضه $\frac{3}{2}y = 150\%y$ ، وبالتالي مساحته $\frac{9}{5}xy$.

ولأن قطر المستطيل يقسمه لمثلثين متطابقين، إذن كل من المثلثين مساحته تساوي نصف مساحة المستطيل.

يمكننا الآن ملاحظة أن مساحة المنطقة المظلمة بين القطرين تساوي $\frac{1}{2}$ الفرق بين مساحتي المستطيلين.

ومنها

$$\frac{1}{2} \left(\frac{9}{5} xy - xy \right) = 30$$

ومنها

$$\frac{2}{5} xy = 30 \Rightarrow xy = 75$$

وأخيراً مساحة المزرعة الأصلية 75 متر مربع.

24- لدينا عدد كبير N يقبل القسمة على كل الأعداد الصحيحة من 2 إلى 11 ما عدا عددين منهم. أي زوجين من الأعداد الصحيحة التالية هما العددان المستثنيان؟

24- A large number N is divisible by all integers from 2 to 11 except for two. Which of the following couples of integers could be these exceptions?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2 , 3	4 , 5	6 , 7	7 , 8	10 , 11

الحل: D

نحل باستبعاد الخيارات الخاطئة

الخيار (A) غير ممكن لأن العدد الذي يقبل على الأعداد 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 يقبل على كل من العددين 2, 3.

الخيار (B) غير ممكن لأن العدد الذي يقبل على الأعداد 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11 يقبل على كل من العددين 4, 5.

الخيار (C) غير ممكن لأن العدد الذي يقبل على الأعداد 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11 يقبل على 6.

الخيار (E) غير ممكن لأن العدد الذي يقبل على الأعداد 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 يقبل على 10. إذن الحل هو D.

(لاحظ أن العدد $4 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 11 = 1980$ يقبل القسمة على كل من الأعداد 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11 لكن لا يقبل القسمة على أي من العددين 7, 8).

25- يقدم محل آيس كريم 16 نكهة في الصباح. ترغب أمل حينئذ اختيار آيس كريم بنكهتين. ينفذ عدد من النكهات في المساء من المحل. يريد باسل حينئذ اختيار آيس كريم بثلاث نكهات من النكهات المتبقية. كل من أمل وباسل يمكنه الاختيار بنفس عدد الطرق الممكنة. كم نكهة من الآيس كريم قد نفذت في المساء؟

25- In the morning, the ice-cream shop offers 16 flavors. Amal wants to choose a 2-flavor ice cream. In the evening several flavors are sold out and Basel wants to choose a 3-flavor ice cream from those flavors left. Both Amal and Basel can choose from the same number of possible combinations. How many flavors were sold out?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	3	4	5	6

الحل: E

ليكن عدد نكهات الآيس كريم المتبقية مساءً n ، ولأن عدد الطرق التي تختار بها أمل نكهتين من 16 يساوي عدد الطرق التي يختار بها باسل 3 نكهات من n ، إذن:

$$\binom{n}{3} = \binom{16}{2} \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{16 \cdot 15}{2}$$

$$n(n-1)(n-2) = 720 = 9 \cdot 8 \cdot 10$$

$$n = 10$$

إذن عدد النكهات التي نفذت مساءً يساوي $16 - 10 = 6$ نكهات.

26- يحتفظ طاهر بـ 71 قطعة من الأحجار الكريمة في صندوق أثري. في كل مرة، مسموح له بأن يأخذ 30 قطعة بالضبط من الصندوق أو أن يعيد 18 قطعة بالضبط إلى الصندوق. إذا سُحِح لظاهر بتكرار هذه العمليات كما يشاء، فكم أقل عدد من قطع الحجارة يمكن أن يبقى في الصندوق؟

26- Taher has 71 marbles at his disposal in a box. He is allowed to take out exactly 30 marbles from the box or to return exactly 18 marbles to it. If Taher is allowed to apply each operation as many times as he wishes, what is the smallest number of marbles than can be in the box?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	3	5	7	11

الحل: C

مسموح لظاهر أن يأخذ 30 قطعة بالضبط من الصندوق أو أن يعيد 18 قطعة بالضبط إلى الصندوق.

بما أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 30 و 18 هو 6.

إذن بعد أي عدد من الخطوات العدد الذي سيتم سحبه لا بد أن يكون مضاعف للعدد 6.

بما أن أكبر مضاعف للعدد 6 أقل من 71 هو 66.

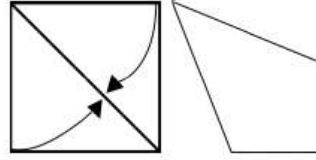
إذن أقل عدد من قطع الحجارة يمكن أن يبقى في الصندوق هو

$$71 - 66 = 5$$

أحد الطرق لتحقيق ذلك كالتالي:

$$71 \xrightarrow{-30} 41 \xrightarrow{-30} 11 \xrightarrow{+18} 29 \xrightarrow{+18} 47 \xrightarrow{+18} 65 \xrightarrow{-30} 35 \xrightarrow{-30} 5$$

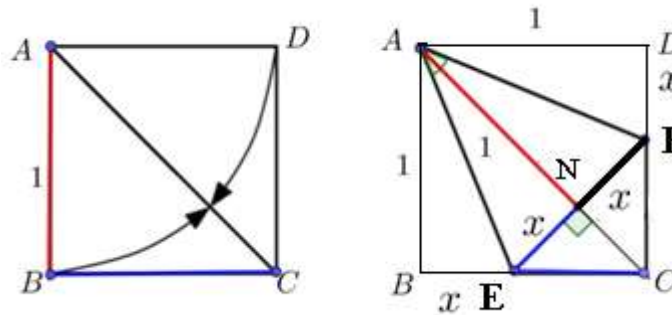
27- لدى وليد ورقة مربعة الشكل طول ضلعها 1. طوى وليد الورقة من ضلعين الى القطر كما في الشكل، وحصل على شكل رباعي. كم مساحة ذلك الشكل الرباعي؟



27- Waleed took a square piece of paper of side 1 and folded two of its sides to the diagonal (see image), obtaining a quadrilateral. What is the area of this quadrilateral?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$2 - \sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2} - 1$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{5}$

الحل: A



عند طي الورقة ينطبق الرأسان B, D على القطر AC تحديداً عند النقطة N كما في الشكل الأيمن. وبالتالي $AN = AD = AB = 1$ ، ولو فرضنا $DF = x$ ، ومن الطي سيكون $NF = DF = x$ ، ومن التماثل حول القطر AC سيكون $BE = NE = x$ كذلك. كما سيكون $m\angle ANE = m\angle B = 90^\circ$ وكذلك $m\angle ANF = m\angle D = 90^\circ$. بعد الطي أصبح شكل الورقة هو الرباعي $AECF$ وهو مكون من المثلثين المتطابقين AEC, AFC .

بالتالي مساحته تساوي ضعف مساحة المثلث AFC .

بما أن $\overline{AC}$ قطر في المربع، إذن من فيثاغورس في المثلث ABC نجد $AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

إذن $NC = AC - AN = \sqrt{2} - 1$.

المثلث FNC القائم في N فيه $m\angle FCN = m\angle DCA = 45^\circ$ ، وبالتالي $m\angle CFN = 45^\circ$.

إذن $NF = NC = \sqrt{2} - 1$.

أخيراً مساحة الرباعي $AECF$ تساوي ضعف مساحة المثلث AFC تساوي $AC \times FN$ تساوي

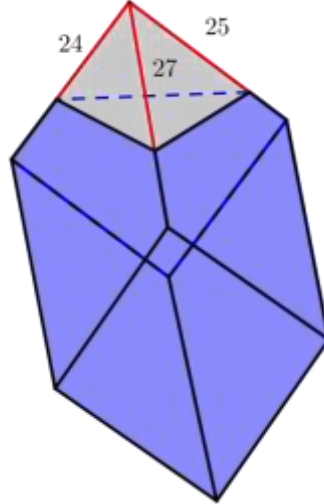
$$\cdot \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$$

28- جبل جليدي على شكل مكعب. 90% من حجمه مغمور تحت الماء. وتظهر ثلاثة أجزاء من ثلاثة من أحرفه فوق سطح الماء. الأجزاء الظاهرة من أحرفه أطوالها 24 متر و 25 متر و 27 متر. كم مترًا يبلغ طول حرف المكعب؟

28- An iceberg has the shape of a cube. Exactly 90% of its volume is hidden below the surface of the water. Three edges of the cube are partially visible over the water. The visible parts of these edges are 24m, 25m and 27m. How long is an edge of the cube in meters?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
30	33	34	35	39

الحل: A



الشكل الموضح يبين الجبل الجليدي، الجزء المغمور تحت الماء مغطى باللون الأزرق، الجزء الظاهر منه باللون الرمادي.

سيكون الجزء الظاهر من المكعب (جبل الجليد) هو هرم ثلاثي القاعدة بحيث ثلاثة من أوجهه كل منها مثلث قائمة الزاوية.

يمكن اعتبار قاعدته المثلث القائم الذي طول ساقيه 24, 25 وارتفاعه 27.

ولأن حجم الهرم يساوي $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة ضرب الارتفاع.

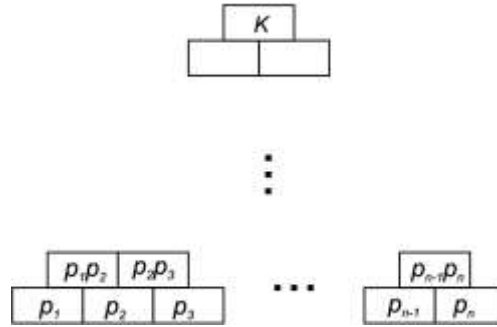
إذن حجم الجزء الظاهر من المكعب يساوي $2700 = 27 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 24\right) \cdot \frac{1}{3}$ والذي يشكل 10% من

حجم المكعب. بالتالي حجم المكعب يساوي 27000 متر مكعب.

وبفرض طول حرف المكعب a ، فإن $a^3 = 27000$.

إذن طول حرفه يساوي $a = 30$.

29- يوجد n عدد أولي مختلف في الصف السفلي من اليسار الى اليمين من p_1 إلى p_n . سنكتب حاصل ضرب أي عددين متجاورين في نفس الصف في مربع فوق العددين مباشرة. العدد $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$ في الصف العلوي. إذا كان $\alpha_2 = 8$ فكم عدد في الجدول يقبل القسمة على العدد p_4 ؟



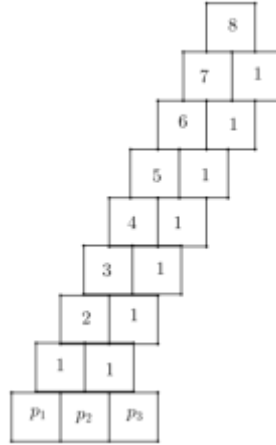
29- There are n different prime numbers in the bottom row of the table from left to right as p_1 to p_n . The product of two numbers next to each other in the same row will be placed in the box exactly above them. A number $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$ is in the box in top row. If $\alpha_2 = 8$, how many numbers in the table are divisible by the number p_4 ?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	16	24	28	36

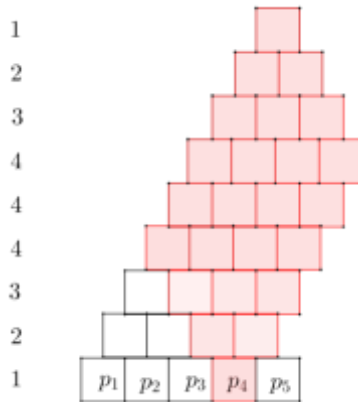
الحل: C

العدد $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$ في الصف العلوي فيه $\alpha_2 = 8$ ، المشكلة هي "كم عدد الصفوف ؟". للإجابة عن هذا السؤال بشكل دقيق سنبدأ بإنشاء جزء من الجدول الأصلي نظهر في قاعدته الأعداد p_1, p_2, p_3 ونتجاهل باقي الأعداد $p_4, p_5, p_6, \dots$ مؤقتاً، إلى أن نعرف عدد الصفوف ثم نعود لإكمال الحل.

ولأننا مهتمون في البداية بأسس p_2 ، فللتسهيل نكتفي ابتداءً من الصف الثاني من أسفل بوضع قيم أسس p_2 دون كتابة ناتج الضرب الفعلي، إلى أن نصل لصف يحتوي على 8 نتوقف لأنه سيكون الصف العلوي، كما بالشكل التالي.



من الواضح أن عدد الصفوف 9، وأن الصف العلوي يحتوي على مربع واحد، القاعدة بها 9 مربعات. الآن نظهر p_4 في القاعدة ومضطرين أن نظهر p_5 ، ونكمل الجدول أعلاها ونركز على المربعات التي تشتمل على p_4 ونجعل لونها أحمر كالتالي:



أثناء إنشاءك للمربعات بهذه الطريقة ستكتشف أن عليك قيود، اتجاه الإنشاء من أسفل لأعلى، ولكن يجب مراعاة أن عدد المربعات الحمراء في الصف الأول العلوي لا تزيد عن 1، وفي الثاني لا تزيد عن 2، ...، وهكذا.

أخيراً عدد الأعداد في الجدول و تقبل القسمة على العدد p_4 (هو نفسه عد المربعات الحمراء في الشكل السابق) يساوي

$$1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 4 + 3 + 2 + 1 = 24$$

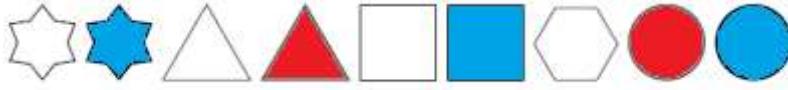
حل آخر: بعد اكتشاف أن عدد الصفوف 9 كما في الحل الأول أو بأي طريقة أخرى تنشئ كامل الجدول كالتالي:

$p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_7 p_8 p_9$									
$p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_7 p_8$					$p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_7 p_8 p_9$				
$p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_7$				$p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_7 p_8$				$p_3 p_4 p_5 p_6 p_7 p_8 p_9$	
$p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6$			$p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_7$			$p_3 p_4 p_5 p_6 p_7 p_8$			$p_4 p_5 p_6 p_7 p_8 p_9$
$p_1 p_2 p_3 p_4 p_5$			$p_2 p_3 p_4 p_5 p_6$			$p_3 p_4 p_5 p_6 p_7$			$p_4 p_5 p_6 p_7 p_8$
$p_1 p_2 p_3 p_4$			$p_2 p_3 p_4 p_5$			$p_3 p_4 p_5 p_6$			$p_4 p_5 p_6 p_7$
$p_1 p_2 p_3$			$p_2 p_3 p_4$			$p_3 p_4 p_5$			$p_4 p_5 p_6$
$p_1 p_2$			$p_2 p_3$			$p_3 p_4$			$p_4 p_5$
p_1			p_2			p_3			p_4
			p_5			p_6			p_7
			p_8			p_9			
						p_{10}			
									p_{11}
									p_{12}
									p_{13}
									p_{14}
									p_{15}
									p_{16}
									p_{17}
									p_{18}
									p_{19}
									p_{20}
									p_{21}
									p_{22}
									p_{23}
									p_{24}
									p_{25}
									p_{26}
									p_{27}
									p_{28}
									p_{29}
									p_{30}
									p_{31}
									p_{32}
									p_{33}
									p_{34}
									p_{35}
									p_{36}
									p_{37}
									p_{38}
									p_{39}
									p_{40}
									p_{41}
									p_{42}
									p_{43}
									p_{44}
									p_{45}
									p_{46}
									p_{47}
									p_{48}
									p_{49}
									p_{50}
									p_{51}
									p_{52}
									p_{53}
									p_{54}
									p_{55}
									p_{56}
									p_{57}
									p_{58}
									p_{59}
									p_{60}
									p_{61}
									p_{62}
									p_{63}
									p_{64}
									p_{65}
									p_{66}
									p_{67}
									p_{68}
									p_{69}
									p_{70}
									p_{71}
									p_{72}
									p_{73}
									p_{74}
									p_{75}
									p_{76}
									p_{77}
									p_{78}
									p_{79}
									p_{80}
									p_{81}
									p_{82}
									p_{83}
									p_{84}
									p_{85}
									p_{86}
									p_{87}
									p_{88}
									p_{89}
									p_{90}
									p_{91}
									p_{92}
									p_{93}
									p_{94}
									p_{95}
									p_{96}
									p_{97}
									p_{98}
									p_{99}
									p_{100}

عدد الأعداد في الجدول و تقبل القسمة على العدد p_4 هو 24 عددًا.

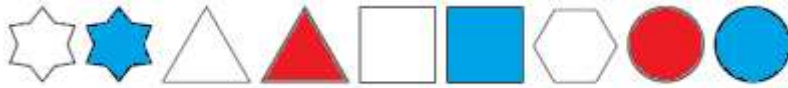
تعليق: الحل الثاني يبدو هو الأوضح ولكن عملياً ليس من السهل إنشاء كامل الجدول. يستغرق ذلك وقت طويل جداً وجهد وتركيز فوق العادة.

30- آدم وهدي يحاولان اكتشاف أي من الاشكال التالية هو المفضل لدى فهد.



يعلم آدم أن فهد أخبر هدي عن نوع شكله المفضل فقط (من حيث كونه نجمة أو مثلث أو مربع أو سداسي أو دائرة)، وتعلم هدي أن فهد أخبر آدم عن لون شكله المفضل فقط. بعد ذلك حصلت محادثة بين آدم وهدي كالآتي.. قال آدم: " أنا لا أعرف شكل فهد المفضل لكن أعلم أن هدي لا تعرفه أيضا." قالت هدي: " في البداية، أنا لم أكن أعرفه لكن الآن عرفتة." قال آدم: " الآن أنا عرفتة أيضا." ما هو شكل فهد المفضل؟

30- Adam and Huda try to find out which of the following figures is Fahd's favorite.



Adam knows that Fahd only has told Huda its shape. Huda knows that Fahd only has told Adam its color. Then the following conversation takes place. Adam: "I don't know Fahd's favorite figure and I know that Huda doesn't know it either." Huda: "At first I didn't know Fahd's favorite figure, but now I do." Adam: "Now I know it too." Which figure is Fahd's favorite?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)

الحل: C

يعلم آدم أن فهد أخبر هدى عن نوع شكله المفضل فقط، وتعلم هدى أن فهد أخبر آدم عن لون شكله المفضل فقط.

في البداية قال آدم: " أنا لا أعرف شكل فهد المفضل لكن أعلم أن هدى لا تعرفه أيضا." لو كان لون الشكل أبيض وآدم يعرف ذلك ، فرمما يكون سداسي ، ولأن هدى تعرف نوع الشكل فلو كان سداسي لتحدد الشكل لدى هدى وتكون قد عرفت شكل فهد المفضل، وهذا يناقض قول آدم أن " هدى لا تعرفه أيضا ".

إذن لون الشكل ليس أبيض.

نعيد وضع الأشكال بعد استبعاد الألوان الأبيض لتصبح:



بعد أن أدركت هدى من مقولة آدم أن الشكل ليس أبيض، وهي تعرف نوع الشكل فقالت: " في البداية، أنا لم أكن أعرفه لكن الآن عرفتته." فلو كان الشكل دائرة ما قالت ذلك لأن هناك دائرتين بلونين مختلفين. بينما لأي نوع موجود غير الدائرة يحدد لها الشكل تمامًا. إذن الشكل ليس دائرة.

نعيد وضع الأشكال بعد استبعاد الدوائر لتصبح:



من مقولة هدى السابقة أدرك آدم أن الشكل ليس دائرة، وأصبح الشكل المطلوب واحد من الثلاثة الموضحة أعلاه، ولأن آدم الذي يعرف لون الشكل فقط قال في الأخير: " الآن أنا عرفتته أيضا." فلو كان الشكل لونه أزرق ما كان له أن يقول ذلك، لأن هناك شكلين باللون الأزرق. إذن الشكل ليس أزرق.

نعيد وضع الأشكال بعد استبعاد الأزرق لتصبح:



إذن الشكل المفضل لدى فهد هو المثلث الأحمر.