الحلول الكاملة لكتيب ثالث متوسط وأول ثانوي 2020

9-10 Junior 2020

إخراج اللجنة العلمية

أ هادي غروي أ سلمان البدراني

د عبد العزيز بن عبيد أ وليد الجابري

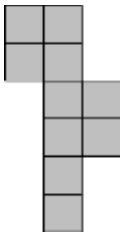
إشراف

أ صفوت الطناني

مسائل الثلاثة نقاط — 3 points

1) يوضح الرسم التالي شكلًا مكونًا من 10 مربعات متلاصقة، طول ضلع المربع الواحد 1 سم.

ما محيط الشكل بالسنتيمتر؟



1) The diagram shows a shape made from ten squares of side length 1 cm joined edge to edge. What is the length of its perimeter?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
14	18	30	32	40

الحل: B

يوجد 18 ضلع من الأضلاع الخارجية للمربعات وطول كل منها 1 سم، وبالتالي المحيط يساوي 18 سم.

ملاحظة: أضلاع المربعات المتلاصقة "تسمى الداخلية" لا تدخل في حساب المحيط، الأضلاع خلاف ذلك تسمى خارجية وهي التي تدخل في حساب المحيط.

2) عند ترتيب نواتج العمليات الحسابية التالية من الأصغر للأكبر، أيّها سيكون في المنتصف ؟

2) When the answers to the following calculations are put in order from smallest to largest, which will be in the middle?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$1 + 2345$	$12 + 345$	$123 + 45$	$1234 + 5$	12345

الحل: D

النواتج في الخيارات هي:

$$2346,\ 357,\ 168,\ 1239,\ 12345$$

الترتيب التصاعدي:

$$168,\ 357,\ 1239,\ 2346,\ 12345$$

وبالتالي فإن العدد الأوسط في الترتيب هو $1239 = 1234 + 5$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

3) من هي أم بنت جدة فاطمة؟

3) Who is the mother of the daughter of Fatima's mom's mom?

(A)	Fatima's sister	أخت فاطمة	(A)
(B)	Fatima's niece	بنت أخت فاطمة	(B)
(C)	Fatima's mother	أم فاطمة	(C)
(D)	Fatima's aunt	خالة فاطمة	(D)
(E)	Fatima's grandmother	جدة فاطمة لأمها	(E)

الحل: E

لاحظ أن علاقة "بنت" عكس علاقة "أم"، عمومًا العلاقتان المتعاكستان تبطل كل منهما عمل الأخرى.

للتوضيح خذ العبارة "سعاد أم هدى." عكسها "هدى بنت سعاد."

الآن "أم بنت جدة فاطمة" هي "جدة فاطمة"، ولأنها ستكون أم والدة فاطمة فستكون جدة فاطمة لأمها.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

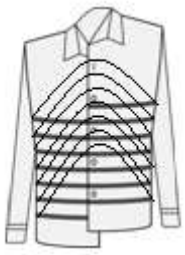
4) عندما يرتدي أحمد قميصه بشكل صحيح كما في الصورة اليمنى، فسيكون هناك 7 شرائط أفقية حول خصره بشكل دائري. اليوم صباحًا زرّ أحمد قميصه بشكل خاطئ كما في الصورة اليسرى. كم شريطًا دائريًا مغلقًا سيتكون حول خصر أحمد في هذا الصباح؟

4) When Ahmed wears his new shirt properly as shown on the right, the horizontal stripes form seven closed rings around his waist. This morning he buttoned his shirt wrongly, as shown on the left. How many closed rings were there around Ahmed's waist this morning?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
0	1	2	3	4

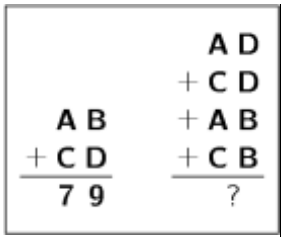
الحل: A

لاحظ عندما يرتدي أحمد قميصه بشكل صحيح تكون الخطوط حول خصره حلقات دائرية. بينما لا توجد حلقات مغلقة في الحالة الثانية لأن المنحنى الذي سيتم الحصول عليه هو دوامة حلزونية.



@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

5) الشكل التالي يوضح عمليتي جمع لأعداد مكونة من خانتين، يرمز كل حرف فيها إلى رقم. إذا كان مجموع العددين على اليسار هو 79. ما مجموع الأعداد الأربعة التي على اليمين؟



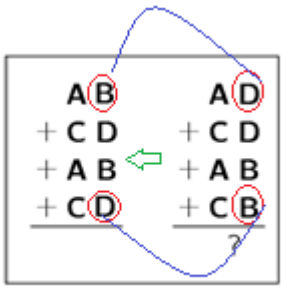
5) In the calculations shown each letter stands for a digit. They are used to make some two-digit numbers. The two numbers on the left have a total of 79. What is the total of the four numbers on the right?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
79	158	869	1418	7979

الحل: **B**

نعلم أن عملية الجمع إبدالية.

باستخدام هذه الخاصية يمكننا تبديل أرقام الآحاد لعددين ونحصل على جمع جديد له نفس الناتج كالتالي:



وبالتالي المجموع المطلوب يساوي:

$$(AB + CD) + (AB + CD) = 79 + 79 = 158$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

6) ناتج جمع أربعة أعداد صحيحة متتالية هو 2. ما أصغر عدد في هذه الأعداد؟

6) The sum of four consecutive integers is 2. What is the least of these integers?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
-3	-2	-1	0	1

الحل : C

لنفرض أن الأعداد هي $x, x+1, x+2, x+3$.

يمكننا تكوين المعادلة

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 2$$

ومنها

$$4x = -4$$

وهذا يعني أن العدد الأصغر هو $x = -1$.

7) هناك خاصية للعامين **2020** وَ **1717** وهي أن كل منهما مكون من عدد من خانتين مكرر مرتين. بعد كم سنة يكون العام التالي للعام **2020** الذي يحقق نفس الخاصية؟

7) The years 2020 and 1717 both consist of a two-digit number repeated twice. How many years after 2020 will the next year be which has this property?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
20	101	120	121	202

الحل: B

السنة التي تحقق الشرط بعد عام 2020 هي 2121.

ومن ثم عدد السنوات بينهما هي:

$$2121 - 2020 = 101$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

8) لدى مريم 10 قطع من الأوراق بعضها مربعات وبعضها مثلثات. قامت بقطع 3 مربعات من ركن إلى الركن المقابل قطريًا. بعد ذلك عدَّت إجمالي عدد الرؤوس التي أصبحت للأوراق الثلاثة عشر التي لديها فوجدتها 42 رأسًا. كم مثلثًا كانت تمتلكه مريم قبل أن تقوم بقص الأوراق؟

8) Maryam had ten pieces of paper, some of which were squares, and the rest were triangles. She cuts three squares diagonally from corner to corner. She then counted the total number of vertices of the 13 obtained pieces of paper, which came to 42 vertices. How many triangles did she have before making the cuts?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
8	7	6	5	4

الحل: E

ليكن عدد المثلثات في البداية x، وبالتالي عدد المربعات في البداية $10-x$.

بعد قطع 3 مربعات لعمل 6 مثلثات إضافية يصبح لديها لدينا $x+6$ مثلثًا، $7-x$ مربعًا

ولأن عدد رؤوس هذه الأشكال 42 يمكننا تكوين المعادلة:

$$3(x+6)+4(7-x)=42$$

ومنها $x=4$

حل آخر

إذا كانت جميع قطع الورق البالغ عددها 13 قطعة مثلثات، فستحصل مريم على $3\times13=39$ رأسًا.

ولكن بعد أن قامت بقطع 3 مربعات من ركن إلى الركن المقابل قطريًا أصبح لديها 42 رأسًا،

وذلك يعني أنها بعد هذه العملية لابد أن يكون لديها $42-39=3$ مربعات،

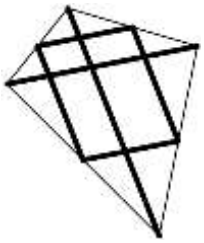
وكذلك $13-3=10$ مثلثات.

ولكن كان لديها 3 مربعات كل منها تحول بالعملية القص لمثلثين،

إذن كان لديها في البداية $3+3=6$ مربعات.

ومن ثم عدد المثلثات في البداية هو $10-6=4$ مثلثات.

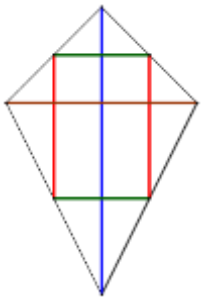
9) صنع فهد طائرة ورقية وذلك بقطع عصا خشبية مستقيمة إلى 6 قطع واستخدام قطعتين منها بطول 120, 80 سنتيمتر كقُطرين. ثم استخدم القطع الأربع المتبقية لتصل نقاط المنتصف لأضلاع الطائرة الورقية كما بالشكل. كم طول العصا قبل تقطيعها؟



9) Fahd made a kite by cutting a straight wooden pole into 6 pieces. He used two of them, of lengths 120 cm and 80 cm, as the diagonals. The remaining four pieces connected the midpoints of the sides of the kite as shown. How long was the pole before it was cut?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
300 cm	370 cm	400 cm	410 cm	450 cm

الحل: **C**

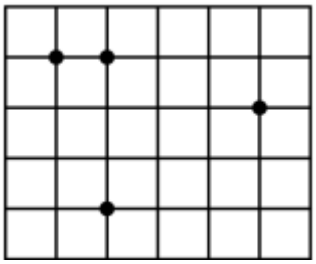


لدينا النظرية:" طول القطعة المستقيمة والواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث يساوي نصف طول الضلع الثالث".

بتطبيق هذه النظرية على الشكل نجد كل من القطعتين الحمراوين نصف القطر الأزرق، وكذلك القطعتين الخضراوين كل منهما نصف القطر البني، وبالتالي طول العصا قبل تقطيعها يساوي ضعف مجموع طولي القطرين يساوي

$$2(120 + 80) = 400\,cm$$

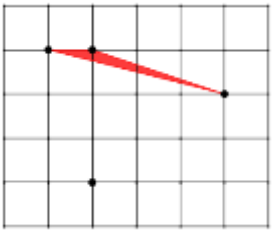
10) الشبكة التالية مكونة من مربعات صغيرة طول ضلع كل منها 1. تم تعيين أربع نقاط عليها كما في الشكل. سنرسم مثلثًا باستخدام ثلاث نقاط منها. ما أصغر مساحة لمثلث يمكن الحصول عليه بهذه الطريقة؟



10) In the given grid, of squares with side length 1, four points are marked. By forming a triangle using three of the given points, what is the smallest area that can be obtained?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$

الحل: **A**



نعلم أن مساحة المثلث نصف القاعدة في الارتفاع.

كل المثلثات التي رؤوسها النقاط الشبكية الأربعة في السؤال طول كل ضلع لا يقل عن 1،

والارتفاع أيضًا لا يقل عن 1، وبالتالي مساحة أي مثلث منها لا تقل عن $\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}$.

المثلث الأحمر في الشكل الموضح مساحته $\frac{1}{2}$، وهي أقل مساحة ممكنة لمثلث رؤوسه 3 نقاط من الأربعة.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

11) تُريد هند قضاء 18 يومًا متتالية في زيارة لجدتها لأمها. تقرأ جدتها كتب القصص في أيام القصص وهي الثلاثاء والسبت والأحد. لو أرادت هند قضاء أطول وقت ممكن من أيام القصص مع جدتها. في أي يوم من الأسبوع يجب أن تبدأ زيارتها؟

11) Hend wants to spend 18 consecutive days visiting her Grandma. Her Grandma reads her story books on story days Tuesday, Saturday and Sunday. If Hend wants to spend the greatest amount of story days with her Grandma, on which day of the week should she start her visit?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
Monday الأثنين	Tuesday الثلاثاء	Friday الجمعة	Saturday السبت	Sunday الأحد

الحل: D

في كل أسبوع كامل ستقضيه هند مع جدتها ستحضر أيام القصص الثلاث فيه بغض النظر عن أول يوم في الأسبوع. لذا المشكلة في الأيام التي تزيد عن أسبوعين وعددها $18 - 14 = 4$ أيام المتبقية.

ويتحول السؤال إلى: في 4 أيام متتالية كم أكبر عدد من أيام القصص يمكن أن تحضرها هند؟

- **هل من الممكن 4 أيام؟ الإجابة مستحيل لأن الأيام الثلاثاء و السبت و الأحد ليست متتالية بأي ترتيب.**
- **هل من الممكن 3 أيام؟ الإجابة نعم وهي أن تبدأ يوم السبت ثم الأحد والاثنين والثلاثاء، ولا يوجد ترتيب آخر يحقق ذلك.**

يجب أن تبدأ الزيارة يوم السبت.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

12) إذا كانت a, b, c, d **أربعة أعداد صحيحة تحقق أن** $ab = 2cd$ **. أي الأعداد التالية لا يمكن أن يكون قيمه لناتج الضرب** $abcd$ **؟**

12) The integers a, b, c and d satisfy ab = 2cd. Which of the following numbers could not be the value of the product abcd?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
50	100	200	450	800

الحل: B

نلاحظ لو ضربنا cd **في طرفي المعادلة المعطاة** $ab = 2cd$ **نحصل على** $abcd = 2(cd)^2$ **والتي تكافئ**

$$\frac{abcd}{2} = (cd)^2 .$$

تحول السؤال إلى أي من أعداد الخيارات عند قسمته على 2 نحصل على عدد ليس مربعًا كاملًا؟

لو أخذنا نصف الأعداد $50, 100, 200, 450, 800$ ،

سنحصل بالترتيب على $25, 50, 100, 225, 400$.

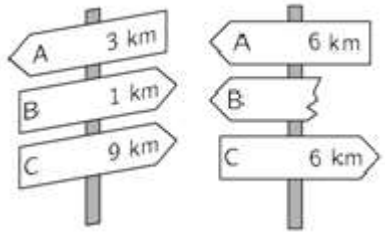
الوحيد من بينها الذي ليس مربعًا كاملًا هو 50.

إذن العدد المطلوب هو 100.

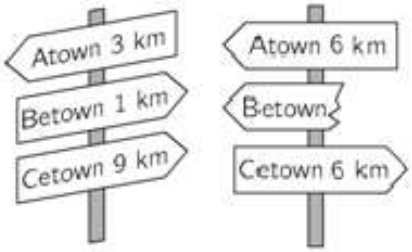
لاحظ أن: $25 = 5^2,\ 100 = 10^2, 225 = 15^2, 400 = 20^2$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

13) الطريق الأقصر من البلدة A إلى البلدة C يمر عبر البلدة B. عند السير في هذا الطريق من القرية A إلى القرية C في البداية شاهدنا اللافتة اليسرى في الشكل. وبعد حين من السير شاهدنا اللافتة اليمنى في الشكل. كم المسافة المكتوبة على اللافتة المكسورة؟



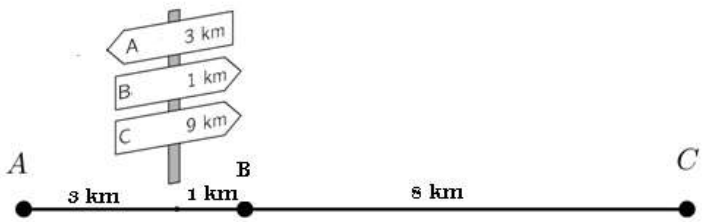
13) The shortest path from Atown to Cetown runs through Betown. Walking on this path from Atown to Cetown we would first find the signpost shown on the left. Later we would find the signpost shown on the right. What distance was written on the broken sign?



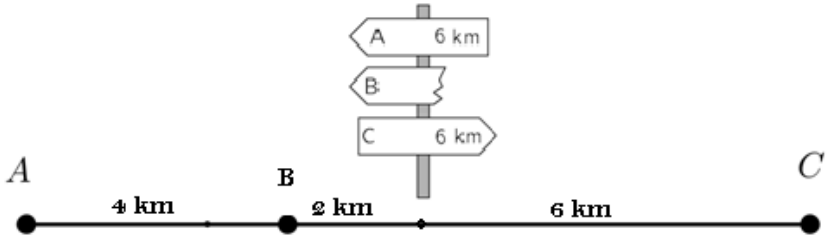
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1 km	2 km	3 km	4 km	5 km

الحل: B

من اللافتة اليسرى، نلاحظ أن موقعها يجب أن يكون بين البلدتين A و B، يمكن التعبير عنه بالرسم التالي:



كما نستنتج منه أن المسافة بين البلدة **A** والبلدة **C** هي **12** كم، والمسافة بين البلدة **C** والبلدة **B** هي **8** كم. ومن اللافتة اليمنى نلاحظ أن موقعها يجب أن يكون بين البلدتين **C** و **B** يمكن التعبير عنه بالرسم التالي.



اللافتة اليمنى على يسار البلدة **C** بمسافة **6** كم، إذن المسافة بينها وبين البلدة **B** هي **2** كم.

إذن المسافة المكتوبة على اللافتة المكسورة هي **2** كم.

14) مثلث متساوي الساقين طول أحد أضلاعه 20 سم، طول أحد الضلعين الآخرين يساوي $\frac{2}{5}$ طول الضلع الآخر. أي القيم التالية تساوي محيط المثلث؟

14) An isosceles triangle has a side of length 20 cm. Of the other two side lengths, one is equal to 2/5 of the other. Which of the following values is the perimeter of this triangle?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
36 cm	48 cm	60 cm	90 cm	120 cm

الحل : **B**

المسألة يحكمها متباينة المثلث والتي تنص على: " مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث".

لدينا مثلث متساوي الساقين طول أحد أضلاعه 20 سم، والضلعان المتبقيان طول أحدهما $\frac{2}{5}$ طول الضلع الآخر، لذا من المناسب أن نفرض طوليهما $2x, 5x$.

هناك حالتان:

- الأولى: أن تكون الأطوال $2x, 5x, 20$ و $2x = 20$.

ومنها نجد $x = 10$، وتصبح أطوال الأضلاع هي $20, 50, 20$.

ولأن $20 + 20 < 50$. تناقض متباينة المثلث. إذن الحالة مرفوضة.

- الثانية: أن تكون الأطوال $2x, 5x, 20$ و $5x = 20$.

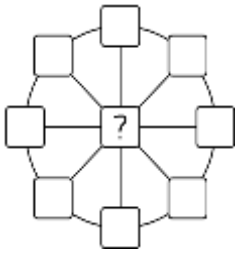
ومنها نجد $x = 4$، وتصبح أطوال الأضلاع هي $8, 20, 20$. وهي تحقق متباينة المثلث.

إذن الحالة ممكنة.

ويصبح المحيط $8 + 20 + 20 = 48\ cm$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

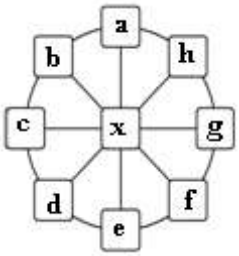
15) يجب كتابة عدد في كل من الخلايا التسع في الشكل التالي بحيث: مجموع الأعداد الثلاثة لكل قُطر هو 13 ومجموع الأعداد الثمانية في الخلايا الحدودية هو 40. أي عدد يجب أن يكون في الخلية المركزية؟



15) In each of the nine cells of the figure shown a number shall be written so that the sum of the three numbers on each diameter is 13 and the sum of the eight numbers on the circumference is 40. What number must be written in the central cell?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
3	5	8	10	12

الحل: A



بفرض الأعداد في الخلايا كما بالشكل الموضح.

لدينا مجموع الأعداد الثلاثة لكل قُطر يساوي 13، وبالتالي:

$$a+x+e=b+x+f=c+x+g=d+x+h=13$$

ومن ثم مجموع أعداد الأقطار الأربعة يساوي

$$a+x+e+b+x+f+c+x+g+d+x+h=4(13)$$
$$\Rightarrow (a+b+c+d+e+f+g+h)+4x=52 \qquad \rightarrow (1)$$

ولدينا أيضًا مجموع الأعداد الثمانية في الخلايا الحدودية هو 40:

$$a+b+c+d+e+f+g+h=40 \qquad \rightarrow (2)$$

بالتعويض من المعادلة (2) **في المعادلة** (1) **نحصل على**

$$40 + 4x = 52$$

ومنها $4x = 12$ **، ومنها** $x = 3$.

وبالتالي العدد في الخلية المركزية هو 3.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

16) وضعت هدى علامة الضرب بين الخانة الثانية والثالثة للرقم **2020** ولاحظت أن الناتج هو 20×20 وهو عدد مربع. كم عدداً بين **2010** و**2099** بما فيها **2020** له نفس هذه الخاصية؟

16) Huda put a multiplication sign between the 2nd and 3rd digits of the number 2020 and noted that the resulting product 20×20 is a square number. How many numbers between 2010 and 2099 (including 2020) have the same property?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

الحل : C

من الواضح أن رقم السنة سيكون على الصورة $\overline{20ab}$ (حيث b رقم الآحاد و a رقم المئات وهكذا). لدينا $20 = 5 \times 2^2$.

الآن عندما ناتج الضرب $20 \times \overline{ab}$ مربع كامل فذلك يجبرنا أن نضع $\overline{ab} = 5 \times n^2$ حيث n عدد طبيعي، لأن في هذه الحالة العد $20 \times \overline{ab} = 2^2 \times 5^2 \times n^2$ سيكون مربعًا كاملًا كما نريد.

السؤال الآن ما هي قيم n الممكنة التي تجعل ناتج الضرب $5 \times n^2$ مكون من خانتين؟

بتجربة قيم مختلفة ل n ابتداءً من **1** نجد $2 \le n \le 4$.

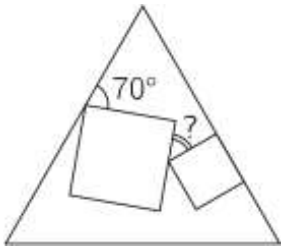
وبالتالي قيم n التي تعمل هي **2** و **3** و **4** فقط، وعددها **3** .

لاحظ: يمكننا تعيين السنوات لو أردنا كالتالي:

- عند $n = 2$ ، فإن $\overline{ab} = 5 \times 2^2 = 20$ ، وتصبح السنة 2020 .
- عند $n = 3$ ، فإن $\overline{ab} = 5 \times 3^2 = 45$ ، وتصبح السنة 2045 .
- عند $n = 4$ ، فإن $\overline{ab} = 5 \times 4^2 = 80$ ، وتصبح السنة 2080 .

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

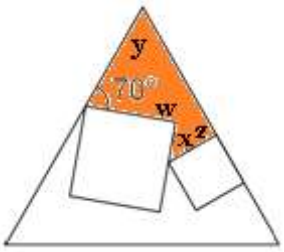
17) تم رسم مربعين داخل مثلث متطابق الأضلاع. أحد أضلاع المربع الصغير منطبق على أحد أضلاع المثلث كما بالشكل. ما قياس الزاوية التي عليها علامة استفهام؟



17) Two squares of different size are drawn inside an equilateral triangle. One side of one of these squares lies on one of the sides of the triangle as shown. What is the size of the angle marked by the question mark?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
25°	30°	35°	45°	50°

الحل: **E**



مجموع زوايا الخماسي الملون بالبرتقالي في الشكل هو 540°.

الزاوية المشار لها y قياسها 60° (زاوية في مثلث متطابق الأضلاع).

الزاوية المشار لها z قياسها 90° (زاوية مجاورة على مستقيم لزاوية قائمة).

الزاوية المشار لها w قياسها 270° (زاوية منعكسة لزاوية قائمة).

يمكننا الآن حساب الزاوية المطلوبة والمشار لها x سيكون قياسها:

$$540^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 270^\circ + 70^\circ) = 50^\circ.$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

18) انطلق خالد بسيارته في رحلة تمتد لمسافة 520 كم وفي خزان الوقود لسيارته 14 لترًا. تستهلك سيارته لترًا واحدًا من الوقود كل 10 كيلو مترا، بعد قطعه مسافة 55 كيلومترًا قرأ لوحة على الطريق تفيد أن المسافات بين محله ومحطات الوقود التالية في طريقه هي: 35كم، 45كم، 55كم، 75كم ، 95 كم. يعلم خالد أن سعة خزان الوقود لسيارته هي 40 لترًا ويرغب بالتوقف مرة واحدة طوال الطريق لتعبئة سيارته. ما بعد محله عن محطة الوقود التي يجب أن يتوقف عندها لتعبئة الوقود؟

18) Khaled began a 520 km trip by car with 14 liters of fuel in the car tank. His car consumes 1 liter of fuel per 10 km. After driving 55 km, he reads a road sign showing the distances from that point to five petrol stations ahead on the road. These distances are 35 km, 45 km, 55 km, 75 km and 95 km. The capacity of the car's fuel tank is 40 liters and Khaled wants to stop just once to fill the tank. How far is the petrol station that he should stop at?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
35 km	45 km	55 km	75 km	95 km

الحل: **D**

عندما يقرأ خالد لوحة المعلومات، لا يزال بإمكانه قيادة 85 كم على الأكثر مع وجود الوقود في خزانه وما زال أمامه 465 كم. لذلك لا يستطيع الوصول إلى المحطة الخامسة. نظرًا لأن خزان الوقود يكفي 400 كم، يجب ألا يتوقف خلال الـ 65 كم التالية.
لذلك المحطة الرابعة فقط هي التي يجب أن يتوقف عندها لتعبئة الوقود.

19) **إذا كان** $17x + 51y = 102$.

ما قيمة $9x + 27y$؟

19) Let $17x + 51y = 102$.

What is the value of $9x + 27y$?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
54	36	34	18	القيمة غير محددة The value is undetermined.

الحل: A

لدينا $17x + 51y = 102$

بالقسمة على 17، نحصل على

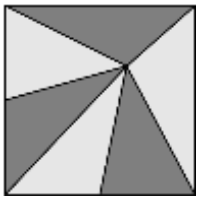
$$x + 3y = 6$$

إذا ضربنا هذه المعادلة في 9، نحصل على المطلوب

$$9x + 27y = 54$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

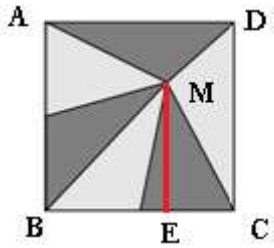
20) نافذة زجاجية ملونة مربعة الشكل مساحتها 81 ديسيمتر مربع ومكونة من 6 مثلثات متساوية في المساحة (انظر الشكل). وقفت ذبابة على نقطة التقاء المثلثات الستة تمامًا. كم تبعد الذبابة عن أسفل النافذة؟



19) A square shaped stained glass window of 81 dm^2 is made out of six triangles of equal area (see figure). A fly is sitting exactly on the spot where the six triangles meet. How far from the bottom of the window is the fly sitting**?**

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
3 dm	5 dm	5.5 dm	6 dm	7.5 dm

الحل: D



لنرمز للنافذة المربعة $ABCD$ كما بالشكل الموضح، M نقطة التقاء المثلثات، E تقع على BC حيث $ME \perp BC$.

مساحة النافذة المربعة تساوي 81 ديسيمتر مربع ومن ثم طول ضلع المربع 9 ديسمتر.

المثلثات الستة متساوية في المساحة وبالتالي مساحة أحدهم تساوي $\frac{81}{6}=\frac{27}{2}$ ديسيمتر مربع.

المثلث BMC مكون من مثلثين من الستة، وبالتالي مساحته 27 ديسيمتر مربع.

من جهة أخرى مساحة المثلث BMC تساوي $\frac{1}{2}\times BC\times ME=\frac{9}{2}ME$.

الآن يمكننا تكوين المعادلة: $\frac{9}{2}ME=27$، ومنها $ME=27\times\frac{2}{9}$، ومنها $ME=6$.

الذبابة ستكون على ارتفاع 6 ديسيمتر من قاعدة النافذة.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

21) تم ترتيب الأرقام من 9–1 عشوائيا لكتابة عدد يتكون من 9 خانات. ما احتمال أن يكون العدد الناتج يقبل القسمة على 18؟

21) The digits from 1 to 9 are randomly arranged to make a 9-digit number. What is the probability that the resulting number is divisible by 18?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$

الحل: B

نعلم أن العدد يقبل القسمة على 9 إذا كان مجموع الأرقام المكونة له يقبل القسمة على 9.

بما أن مجموع أرقام العدد يساوي $1+2+3+\ldots+9=45$**، وهو عدد يقبل القسمة على 9.**

إذن العدد يقبل القسمة على 9 بصرف النظر عن ترتيب أرقامه.

وحتى يقبل العدد القسمة على 18 يجب أن يكون زوجيًا، بمعنى رقم آحاده يكون أحد الأرقام $2,4,6,8$.

وهم 4 أرقام من أصل 9. وبالتالي احتمال أن يقبل العدد القسمة على 18 يساوي $\frac{4}{9}$.

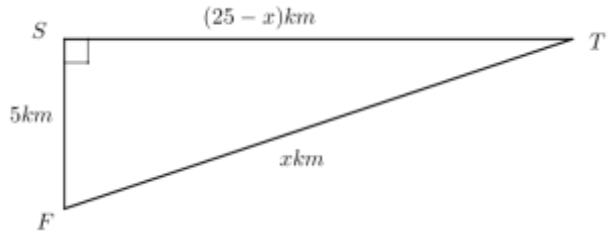
@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

22) تنافس أرنب أحمق وسلحفاة في سباق مسافته 5 كم في خط مستقيم. سرعة الأرنب خمسة أمثال سرعة السلحفاة. انطلق الأرنب بشكل خاطئ في اتجاه عمودي على خط السباق ثم بعد حين انتبه لخطئه وتحول وانطلق بشكل مستقيم إلى نقطة النهاية. وصل الأرنب والسلحفاة لنقطة النهاية في نفس الوقت. كم المسافة بين نقطة تحول الأرنب ونقطة النهاية؟

22) A Foolish hare and a tortoise competed in a 5 km race along a straight line. The hare is five times faster than the tortoise. The hare mistakenly started perpendicular to the route. After a while he realized his mistake, then turned and ran straight to the finish point. He arrived at the same time as the tortoise. What is the distance between the hare's turning point and the finish point?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
11 km	12 km	13 km	14 km	15 km

الحل: C



لتكن نقطة بداية السباق S، ونقطة نهايته F، ونقطة تحول الأرنب من الاتجاه العمودي على خط السباق إلى نقطة النهاية T، كما موضح بالرسم.

بما أن سرعة الأرنب خمسة أمثال سرعة السلحفاة إذن في الوقت الذي قطعت فيه السلحفاة مسافة $SF = 5km$، يقطع فيه الأرنب مسافة $5 \times 5 = 25km$.

إذن $ST + TF = 25km$. وبفرض $TF = x\ km$، إذن $ST = (25 - x)\ km$.

الآن بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث FST نحصل على:

$$5^2 + (25 - x)^2 = x^2$$

ومنها

$$25 + 625 - 50x + x^2 = x^2 \Rightarrow 50x = 650 \Rightarrow x = 13$$

إذن المسافة بين نقطة تحول الأرنب ونقطة النهاية تساوي **13** كم.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

23) يوجد مثلثات ومربعات على الطاولة. بعضها باللون الأزرق والباقي باللون الأحمر. بعضها صغير الحجم والباقي كبير الحجم. من المعلوم أن:

- إذا كان الشكل كبير فهو مربع.
- إذا كان الشكل أزرق فهو مثلث.

أي الخيارات التالية صحيح بالضرورة؟

23) There are some squares and triangles on the table. Some of them are blue and the rest are red. Some of these figures are large and the rest are small. We know that

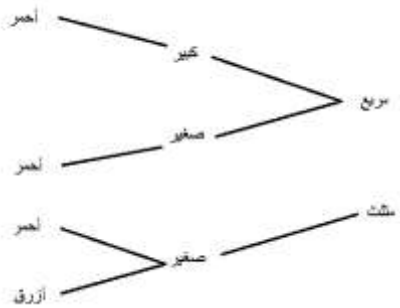
- If the figure is large, it's a square;
- If the figure is blue, it's a triangle.

Which of the statements A-E must be true?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
كل الأشكال الحمراء مربعات All red figures are squares.	كل المربعات كبيرة All squares are large.	كل الأشكال الصغيرة زرقاء All small figures are blue.	كل المثلثات زرقاء All triangles are blue.	كل الأشكال الزرقاء صغيرة All blue figures are small.

الحل: E

يمكننا صياغة الشروط المعطاة على الرسم الشجري التالي:



قد تكون هناك مثلثات حمراء، وبالتالي لا يكون A و D صحيحًا.

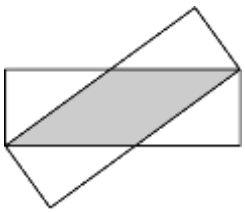
قد تكون هناك مربعات صغيرة، وبالتالي لا يكون B صحيحًا.

قد تكون هناك أشكال صغيرة حمراء، وبالتالي لا تكون C صحيحة.

يجب أن يكون E صحيحًا لأن كل شكل أزرق مثلث، وكل مثلث صغير، لذلك كل شكل أزرق صغير.

24) مستطيلان متطابقان عرض كل منهما 3 سم وطول كل منها 9 سم ومتداخلان كما بالشكل.

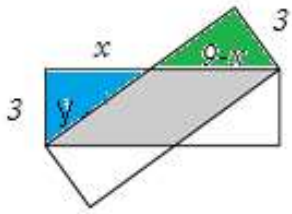
كم مساحة منطقة التداخل بين هذين المستطيلين؟



24) Two identical rectangles with sides of length 3 cm and 9 cm are overlapping as in the diagram. What is the area of the overlap of the two rectangles?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$12\ cm^2$	$13.5\ cm^2$	$14\ cm^2$	$15\ cm^2$	$16\ cm^2$

الحل: **D**



بفرض أطوال بعض القطع كما موضح بالشكل.

يمكنك استنتاج تطابق المثلثين الأخضر والأزرق من التماثل أو بحالة AAS.

ومن ثم $y = 9 - x$.

بتطبيق فيثاغورس على المثلث الأزرق نحصل على:

$$3^2 + x^2 = (9 - x)^2$$

ومنها

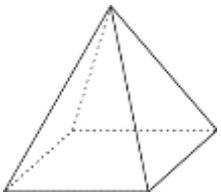
$$9 + x^2 = 81 - 18x + x^2$$
$$\Rightarrow 18x = 72 \Rightarrow x = 4$$

الآن الشكل المظلل الرمادي متوازي أضلاع (كل ضلعين متقابلين متوازيان)، طول قاعدته $9 - x = 5$، وارتفاعه 3، بالتالي مساحته بالسنتيمتر المربع تساوي

$$5 \times 3 = 15$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

25) رَقّم أحمد رؤوس الهرم الرباعي باستخدام جميع الأرقام 1, 2, 3, 4, 5. لكل وجه قام أحمد بجمع الأرقام التي على رؤوسه فحصل على خمسة مجاميع. أربعة منها هي: 7, 8, 9, 10.
كم يكون المجموع الخامس؟



25) Ahmed labelled the vertices of the square-based pyramid using 1, 2, 3, 4 and 5 once each. For each face Ahmed calculated the sum of the numbers on its vertices. Four of these sums equalled 7, 8, 9 and 10. What is the sum of the fifth face?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
11	12	13	14	15

الحل: **C**

عندما قام أحمد بجمع الأرقام التي على رؤوس كل وجه حصل على خمسة مجاميع. أربعة منها هي: 7, 8, 9, 10.

بملاحظة أن المجاميع الخمسة منها 4 ثلاثية، والأخير مجموع أربعة أرقام لرؤوس القاعدة، يظل هناك سؤال كبير: ما قيمة المجموع الرباعي؟ هل هو أحد المجاميع 7, 8, 9, 10؟ أم هو المجموع الخامس؟

سننظر لأقل مجموع ممكن للقاعدة رباعية الرؤوس وهو $1+2+3+4=10$، ووقتها يكون رقم رأس الهرم هو 5، ويكون أقل مجموع لوجه جانبي هو $5+1+2=8$، وذلك يناقض أن أحد الأوجه مجموع أرقامه 7.

إذن مجموع أرقام القاعدة أكبر من 10، وبالتالي المجاميع 7, 8, 9, 10 هي مجاميع الأوجه الجانبية. بفرض رقم رأس الهرم هو x. يمكننا الآن تكوين المعادلة من جمع أرقام الأوجه الجانبية بطريقتين:

$$7+8+9+10=2(1+2+3+4+5)+2x$$

(الطرف الأيمن للمعادلة غامض إلى حد ما، وتفسيره أن عند جمع كل رؤوس الأوجه الجانبية للهرم

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

فإن كل رأس يظهر مرتين ما عدا رأس الهرم يظهر 4 مرات، وذلك يكافئ القول بأن كل رأس من الخمسة تظهر مرتين، وأحدها وهو رأس الهرم يظهر مرتين زيادة). بحل المعادلة نحصل على $x = 2$.

وأخيرًا المجموع الخامس هو مجموع رؤوس القاعدة الرباعية (كل الأرقام الباقية ما عدا 2) يساوي

$$1 + 3 + 4 + 5 = 13.$$

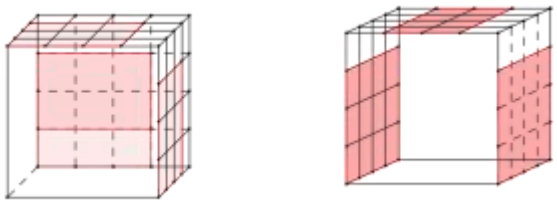
@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

26) مكعب كبير الحجم مكون من 64 مكعبًا صغيرًا جميعها متطابقة. ثلاثة أوجه من المكعب الكبير ملونة. ما أكبر عدد ممكن من المكعبات الصغيرة التي تم طلاء وجه واحد فقط منها؟

26) A large cube is built using 64 smaller identical cubes. Three of the faces of the large cube are painted. What is the maximum possible number of small cubes that have exactly one face painted?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
27	28	32	34	40

الحل: **C**



لدينا ثلاثة أوجه من المكعب الكبير ملونة، والسؤال ما أكبر عدد ممكن من المكعبات الصغيرة التي تم طلاء وجه واحد فقط منها (من خلال الأوجه الملونة).

ولا يوجد إلا إمكانيتان لذلك:

الأولى أن تكون ثلاثة أوجه مشتركة في رأس من رؤوس المكعب، والثانية وجهان متقابلان ووجه ثالث يشترك مع كل منهما في حرف من أحرف المكعب كحرف **U**.

في الحالة الأولى، لدينا 27 مكعبًا صغيرًا ذو وجه واحد بالضبط (3 × 3 ثلاث مرات)، ملون فيها وجه واحد بالضبط (كما في الشكل الأيسر).

في الحالة الثانية، لدينا 32 مكعبًا صغيرًا (3 × 4 مرتين بالإضافة إلى 2 × 4 مرة واحدة)، ملون فيها وجه واحد بالضبط (كما في الشكل الأيمن).

إذن أكبر عدد ممكن من المكعبات الصغيرة التي تم طلاء وجه واحد فقط منها هو كما في الحالة الثانية هو 32.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

27) يجب كتابة عدد في كل مربع من المربعات التالية في الشكل بحيث يتساوى مجموع الأعداد في كل صف وفي كل عمود. ما هو رقم المربع المظلل؟

1		6	3
	2	2	8
	7		4
		7	

27) In each of the squares, a number should be written so that the sums of the 4 numbers in each row and in each column are the same. What number goes into the shaded square?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
5	6	7	8	9

الحل: C

يحتوي الصف الأول والعمود الثاني على خلية فارغة مشتركة، لذا يجب أن تحتوي الخلية في الصف الرابع والعمود الثاني على 1.

الآن يحتوي الصف الأخير والعمود الأخير على الزاوية اليمنى السفلية المشتركة، لذا يتعين علينا وضع 7 في الزاوية اليسرى السفلية.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة.. حيث تنتمي

28) تتنافس أمل وبسمة وسحر في مسابقة تنس طاولة. في كل مباراة تتنافس فتاتان بينما الثالثة تكون في استراحة، وبعد كل مباراة الفائزة فيها تقابل الفتاة التي كانت في فترة استراحة. في النهاية لعبت أمل 10 مرات، بسمة 15 مرة، سحر 17 مرة. من التي خسرت في الجولة الثانية؟

28) Amal, Basma and Sahar had a table tennis contest. In each game two girls played, while the third rested. After each game, the winner played the next game against the girl who had rested. In total, Amal played 10 times, Basma played 15 times and Sahar played 17 times. Who lost the second game?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
أمل Amal	بسمة Basma	سحر Sahar	إما أمل أو بسمة either Amal or Basma	إما بسمة أو سحر either Basma or Sahar

الحل: A

عدد المباريات التي تم لعبها بين الجميع هو $(10+15+17) \div 2 = 21$ **مباراة.**

(قسمنا على 2 لأن كل مباراة بين لاعبتين تم عدها مرتين مرة ضمن عدد مباريات اللاعبة الأولى، ومرة ضمن عدد مباريات اللاعبة الثانية).

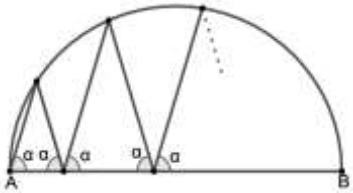
وبملاحظة أن أي لاعبة لا يمكن أن تسترح مباراتين متتاليتين أو أكثر، وأن أمل استراحت خلال $21-10=11$ **مباراة من أصل 21 مباراة، الطريقة الوحيدة لتحقق ذلك هو أن تكون استراحت في المباريات الفردية الترتيب، أي الأولى والثالثة والخامسة و....والواحدة والعشرين.**

علاوة على ذلك ستكون قد لعبت المباريات الزوجية الترتيب أي الثانية والرابعة و.... والرابعة والعشرين، وقد خسرت كلًا منها.

إذن التي خسرت الجولة الثانية هي أمل.

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي

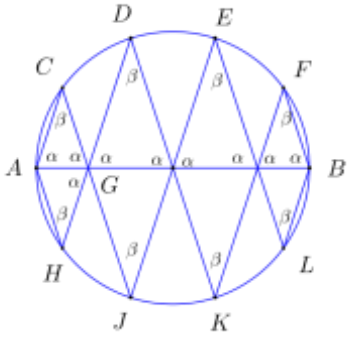
29) خط متعرج يبدأ من النقطة **A** وينتهي في النقطة **B** التي تمثل نقطة النهاية لقطر الدائرة. كل زاوية بين الخط المتعرج و قطر الدائرة تساوي α كما بالرسم. بعد أن يصل الخط المتعرج إلى أربع قمم سيتوقف عند النقطة **B**. ما قياس الزاوية α ؟



29) A zig-zag line starts at the point A, at one end of the diameter AB of a circle. Each of the angles between the zig-zag line and the diameter AB is equal to α as shown. After four peaks, the zig-zag line ends at the point B. What is the size of angle α?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
60°	72°	75°	80°	إجابة أخرى Another answer

الحل : **B**



سنقوم بإجراء انعكاس للشكل على القطر AB كما بالشكل الموضح.

سينتج عن ذلك أن القوس (**AC**) = القوس (**AH**)،

القوس (**CD**) = القوس (**HJ**)، هكذا.

لاحظ أن النقاط **D** و **G** و **H** ستكون على استقامة واحدة (لأن $\angle AGH = \angle DGB = \alpha$ ، ولكن $\angle DGA$ تكمل $\angle DGB$ ، إذن $\angle DGA$ تكمل $\angle AGH$)، بالمثل نثبت كل جزء من الخط المتعرج أعلى AB سيكون على استقامة واحدة مع جزء من الخط المتعرج أسفل AB .

لاحظ أيضًا أن **AC** و **GD** متوازيان (لأن $\angle CAB = \angle DGB = \alpha$ وهما متناظرتان).

مما ينتج عنه أن القوس (**CD**) = القوس (**AH**).

لدينا الآن القوس (**HJ**) = القوس (**CD**) = القوس (**AH**) = القوس (**AC**)

بالاستمرار في المناقشة على هذا النحو (عن طريق التماثل أو خطوط متوازية) يمكننا استنتاج أن جميع الأقواس العشرة الغير متداخلة في الشكل الموضح متساوية.

إذن العشاري **ACDEFBLKJH** منتظم.

ولأن $\angle CAH = 144^\circ$ (زاوية عشاري منتظم).

إذن $\alpha = \frac{1}{2}\angle CAH = 72^\circ$.

@Mawhiba | Mawhiba.sa

موهبة.. حيث تنتمي

30) ثمانية أعداد صحيحة موجبة متتالية كل منها مكون من ثلاث خانات ولها الخاصية التالية: كل عدد منها يقبل القسمة على رقم آحاده. ما مجموع أرقام خانات العدد الأصغر في الأعداد الثمانية؟

30) Eight consecutive three-digit positive integers have the following property: each of them is divisible by its last digit. What is the sum of the digits of the smallest of the eight integers?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	11	12	13	14

الحل: D

لأن القسمة على الصفر ليس لها معنى، إذن آحاد أي عدد من الأعداد الثمانية لا يمكن أن يكون صفرًا، إذن أرقام آحاد الأعداد الثمانية يمكن أن تكون $1, 2, \dots, 8$ أو $2, 3, \dots, 9$ فقط.

يمكننا ملاحظة أن إذا كان العدد $\overline{abc}$ يقبل القسمة على c فإن العدد $\overline{abc} - c$ يقبل القسمة على c.

إذن $\overline{ab0}$ يقبل القسمة على c (حيث c رقم آحاد لعدد من الأعداد الثمانية).

ويترتب على ذلك أن العدد $\overline{ab0}$ يجب أن يقبل القسمة على 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8، وبالتالي يقبل القسمة على المضاعف المشترك الأصغر لها وهو 840.

لذلك يجب أن يكون أصغر عدد في الثمانية $\overline{abc}$ هو 841. ويكون مجموع خاناته هو

$$8 + 4 + 1 = 13.$$

@Mawhiba | Mawhiba.sa
موهبة. حيث تنتمي